ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 12 AVRIL 1926.

PRÉSIDENCE DE M. CHARLES BARROIS.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ARITHMÉTIQUE. — *Sur la nature arithmétique de la constante d'Euler.* Note de M. **Paul Appell** (¹).

On sait qu'Hermite a posé la question de déterminer la nature arithmétique de C (Correspondance p. 456, 459, 465, 471, lettre à Stieltjes 1889, Paris 1904). En faisant usage de la remarque de M. G. Vacca dans le travail indiqué à la Note précédente (*Comptes rendus*, 29 mars 1926), et de résultats déduits de l'expression de $S(h)$ donnée par M. Ser, on peut démontrer par l'absurde que C est incommensurable. Nous remplacerons dans ce qui suit la fonction $S(h)$ par la partie de la série que donne M. Ser, prise à partir du terme de rang μ; nous désignerons cette partie par $T(h)$.

$$T(h) = \sum_{\nu=\mu}^{\infty} \frac{1}{h} \frac{1}{h+1}, \frac{2}{h+2}, \ldots, \frac{\nu}{h+\nu} p_{\nu+2}.$$

Il faut remarquer que la différence

$$S(h) - T(h)$$

est commensurable, car les quantités $p_2, p_3, \ldots, p_{\nu+1}$ le sont.

Des relations

$$C = \text{nombre comm.} - \log h + T(h),$$
$$C = \text{nombre comm.} - \log h^n + T(h^n))$$

on déduit

$$(n-1)C = \text{nombre comm.} + nT(h) - T(h^n).$$

(¹) Séance du 7 avril 1926.

Si donc C était commensurable $nT(h) - T(h^n)$ le serait quels que soient les deux entiers n et h supérieurs à 1. Or nous allons montrer que ceci est absurde.

Considérons en effet les quantités

$$nT(h) - T(h^n) = \alpha_n,$$

où $n = 1, 2, 3, \ldots$, la première α_1 étant évidemment nulle. Il est absurde de les supposer toutes commensurables pour $n \leqq p$, p étant aussi grand qu'on le veut.

D'abord les α_n croissent avec n, car si l'on change n en $n+1$, la partie positive $nT(h)$ augmente et la partie retranchée $T(h^n)$ diminue. Pour $n \leqq p$ on a, en réduisant les α_n au même dénominateur,

$$nT(h) - T(h^n) = \frac{a_n}{b},$$

$n = 1, 2, 3, \ldots, p$. La relation $\alpha_{n+1} > \alpha_n$ donne $a_{n+1} > a_n$ et comme a_n est entier

$$a_{n+1} \geqq a_n + 1,$$

d'où, puisque $a_1 = 0$, $a_{n+1} \geqq n$. On aurait alors, pour $n > m > 1$,

$$(1) \qquad (ma_n - na_m)T(h) + a_m T(h^n) - a_n T(h^m) = 0,$$

relation de la forme

$$(2) \qquad NT(h) + N'T(h^n) - N''T(h^m) = 0,$$

N, N', N'' étant trois entiers. Les nombres $N' = a_m$, $N'' = a_n$ sont évidemment positifs : N est également positif, car, dans la formule (1),

$$a_n > a_m, \quad T(h^m) > T(h^n), \quad \text{et} \quad T(h) > 0.$$

En remplaçant $T(h)$, $T(h^m)$, $T(h^n)$ par leurs expressions, on a, quel que soit μ,

$$\sum_{\nu=\mu}^{\infty}\left(N\frac{1}{h}\cdot\frac{1}{h+1}\cdots\frac{\nu}{n+\nu} + N'\frac{1}{h^n}\cdot\frac{1}{h^n+1}\cdots\frac{\nu}{h^n+\nu} - N''\frac{1}{h^m}\cdot\frac{1}{h^m+1}\cdots\frac{\nu}{h^m+\nu}\right)p_{\nu+2} = 0.$$

Or, pour que cette série soit nulle, il faudrait que ses termes soient de signes contraires. Mais à partir d'une valeur suffisante de ν, ils sont tous positifs; l'hypothèse est alors absurde.

Reste à voir que, à partir d'une valeur de ν, tous les termes

$$N\frac{1}{h}\cdot\frac{1}{h+1}\cdots\frac{\nu}{h+\nu} + N'\frac{1}{h^n}\cdot\frac{1}{h^n+2}\cdots\frac{\nu}{h^n+\nu} - N''\frac{1}{h^m}\cdot\frac{1}{h^m+1}\cdots\frac{\nu}{h^m+}$$

sont positifs, les nombres $p_{\nu+2}$ l'étant comme l'on sait. Il faut montrer que

$$N + N' \frac{1}{h^{n-1}} \cdot \frac{h+1}{h^n+1} \cdots \frac{h+\nu}{h^n+\nu} - N'' \frac{1}{h^{m-1}} \cdot \frac{h+1}{h^m+1} \cdots \frac{h+\nu}{h^m+\nu}$$

est positif, ou, en divisant par N″,

$$\frac{N}{N''} + \frac{N'}{N''} \cdot \frac{1}{h^{n-1}} \cdot \frac{h+1}{h^n+1} \cdots \frac{h+\nu}{h^n+\nu} - \frac{1}{h^{m-1}} \cdot \frac{h+1}{h^m+1} \cdots \frac{h+\nu}{h^m+\nu};$$

mais le coefficient de $\frac{N'}{N''}$ et l'autre tendent vers zéro avec $\frac{1}{\nu}$ et la parenthèse est positive. Comme $N > 0$, on a

$$\frac{N'}{N''} = \frac{a_m}{a_n} < \frac{m}{n};$$

donc le terme en $\frac{N'}{N''}$ tend bien vers zéro.

Un raisonnement par l'absurde analogue permet de montrer que

$$C + \log \frac{r}{q},$$

r et q désignant des entiers positifs premiers entre eux, est incommensurable. Ainsi le nombre $D = C + \log 4$ de mon Mémoire des *Acta mathematica* (45, 1925, p. 293) est incommensurable. On écrira

$$C + \log \frac{r}{q} = \text{nombre comm.} - \log q \frac{k}{r} + T(k);$$

puis, en faisant

$$k = lr, \qquad h = lq \qquad (l \text{ entier quelconque supérieur à } 1),$$

$$C + \log \frac{r}{q} = \text{nombre comm.} - \log h + T\left(\frac{r}{q} h\right).$$

En remplaçant h par h^n,

$$C + \log \frac{r}{q} = \text{nombre comm.} - n \log h + T\left(\frac{r}{q} h^n\right),$$

où $h^n = l^n q^n$; alors

$$(n-1)\left(C + \log \frac{r}{q}\right) = \text{nombre comm.} + nT\left(\frac{r}{q} h\right) - T\left(\frac{r}{q} h^n\right).$$

Les quantités

$$nT\left(\frac{r}{q} h\right) - T\left(\frac{r}{q} h^n\right) = \beta_n$$

jouent alors le rôle des α_n.

On peut montrer ensuite que $S(h)$ et $T(h)$ sont incommensurables, h étant un entier positif quelconque.

ÉLECTRICITÉ. — *Contribution à la théorie de l'arc chantant musical.* Note (¹) de M. André Blondel.

Considérons le montage classique de Duddell (²). Nous nous proposons de déterminer l'amplitude des oscillations, en faisant intervenir la courbure de la caractéristique moyenne autour de laquelle se fait l'oscillation, et la capacité calorifique des électrodes.

1° *Courbure de la caractéristique.* — Cette caractéristique ayant dans sa zone d'utilisation une forme parabolique, nous écrirons l'expression de la tension aux bornes u, en fonction du courant dans l'arc i sous la forme

$$u = -hi + pi^2 + qi^3 + \ldots \tag{1}$$

Nous nous bornerons aux trois premiers termes de la série, parce que les termes au delà du premier n'ont qu'une importance relativement faible. Le premier terme représente la résistance négative apparente de l'arc, le second tient compte de la courbure parabolique; il est nécessaire d'ajouter le troisième pour caractériser la dissymétrie de cette courbure par rapport à la verticale passant par le point régime moyen; on sait en effet par expérience que la caractéristique dynamique s'élève beaucoup plus rapidement à gauche du point central, dans le sens des intensités décroissantes, qu'à droite dans le sens des intensités croissantes.

2° *Effet de l'emmagasinement de la chaleur dans les électrodes pendant les oscillations.* — La résistance apparente de l'arc n'est pas la même quand l'oscillation va des intensités croissantes aux intensités décroissantes que dans le sens inverse; on sait que la caractéristique dynamique se transforme pendant les oscillations en une courbe fermée de forme analogue à une ellipse allongée; cette forme indique que l'oscillation principale établie suivant la caractéristique dynamique est composée d'une composante décalée de $\frac{\pi}{2}$; on sait d'autre part que le décalage est en retard et c'est pourquoi on lui a appliqué quelquefois le nom impropre d'« hystérésis de l'arc (³) ».

(¹) Séance du 29 mars 1926.

(²) C'est-à-dire le cas où l'arc est musical et sans discontinuité; j'ai montré plus tard qu'il existe d'autres régimes fort différents (cf. *Journal de Physique*, 4, 1905, p. 604).

(³) Ce mot, bien que formé très correctement au point de vue étymologique, est devenu impropre pour l'arc par le fait qu'il est déjà employé en magnétisme pour définir un phénomène de retard sensiblement indépendant de la fréquence, tandis qu'ici le retard va en décroissant rapidement quand la fréquence augmente.

On peut l'expliquer par la faible conductibilité du carbone des électrodes; si l'on appelle I l'intensité absolue à un instant considéré, la quantité de chaleur consommée à la surface du cratère par unité de temps est proportionnelle à I^2 suivant la loi de Joule et à la résistance de l'arc. Quand le courant subit une petite variation i, cette chaleur varie proportionnellement à $2Ii$; pendant une variation de temps $t - t_0$, il y aura ainsi une accumulation de chaleur proportionnelle à

$$(2) \qquad \int_{t_0}^{t} 2Ii\,dt.$$

Nous pouvons donc représenter l'effet de retard de l'arc dans les équations différentielles en ajoutant un terme analogue à celui qui représente l'effet d'une capacité, mais en remarquant qu'il est de signe contraire et qu'il faudra l'écrire par conséquent sous la forme

$$(3) \qquad -\frac{1}{s}\int i\,dt$$

en désignant par s un coefficient ayant mêmes dimensions physiques qu'une capacité. En définitive, la différence de potentiel aux bornes de l'arc représentant la caractéristique statique et le retard pourront être représentés par l'équation

$$(4) \qquad u = -hi + pi^2 + qi^3 + \ldots - \frac{1}{s}\int i\,dt$$

expression, qui, pour des oscillations très petites, se réduit à $-hi - \frac{1}{s}\int i\,dt$.

D'autre part, l'équation différentielle représentant le courant oscillant entre l'arc, la self-induction et le condensateur pourra s'écrire facilement, en désignant par R la résistance totale du circuit, L la self-induction, C la capacité; c'est l'équation classique

$$(5) \qquad Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i\,dt + u = 0.$$

En la différentiant pour faire disparaître l'intégrale qui y figure, et en remplaçant u par son expression (4), on obtient

$$(6) \qquad R\frac{di}{dt} + L\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{i}{C} + (-h + 2pi + 3qi^2 + \ldots)\frac{di}{dt} - \frac{i}{s} = 0;$$

ce que l'on peut écrire, en ordonnant les termes, sous la forme

$$(7) \qquad L\frac{d^2i}{dt^2} + (R - h + 2pi + 3qi^2)\frac{di}{dt} + \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{s}\right)i = 0.$$

Cherchons maintenant une solution de cette équation sous forme d'une série de Fourier; nous sommes en droit de supposer cette dernière assez rapidement convergente, parce que les courbes relevées expérimentalement à l'oscillographe montrent que l'oscillation du courant s'écarte peu de la forme sinusoïdale; en nous bornant donc aux trois premiers harmoniques, la forme générale sera

$$(8)\qquad i = A_1 \sin\omega t + A_2 \sin 2\omega t + A_3 \sin 3\omega t + B_2 \cos 2\omega t + B_3 \cos 3\omega t,$$

en prenant comme origine des phases l'origine de la phase de l'harmonique fondamental qui est arbitraire ($B_1 = 0$). On peut tout d'abord, pour simplifier, considérer comme première approximation le cas où l'on se borne à chercher le premier harmonique, en posant

$$(9)\qquad i = A_1 \sin\omega t.$$

On en déduit

$$(10)\qquad \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{s} - \omega^2 t\right) A_1 \sin\omega t + \omega A_1 \cos\omega t \times \left[R - h + 2pA_1 \sin\omega t + 3q\frac{A_1^2}{2}(1 - \cos 2\omega t)\right] = 0,$$

ou, en développant et en ne conservant que les termes en $\sin\omega t$ et en $\cos\omega t$:

$$(10\,bis)\qquad \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{s} - \omega^2 t\right) A_1 \sin\omega t + \omega A_1 \left(R - h + \frac{3}{4} q A_1^2\right) \cos\omega t = 0.$$

En égalant à zéro les coefficients des termes en $\sin\omega t$ et $\cos\omega t$ respectivement, on obtient des valeurs de la pulsation ω et de l'amplitude A_1

$$(13)\qquad \omega = \sqrt{\frac{1}{h}\left(\frac{1}{c} - \frac{1}{s}\right)},$$

$$(14)\qquad A_1 = r\sqrt{\frac{h - R}{3q}}.$$

1° La fréquence dépend non seulement de la capacité électrostatique du condensateur, mais encore de la capacité calorifique s. Elle n'est pas modifiée par la résistance apparente du circuit $h - R$ qui est la différence de la résistance aux oscillations, $\left(h = \frac{u}{i}\right.$ quand on se borne au premier terme du développement en série, c'est-à-dire le coefficient angulaire de la tangente à la caractéristique$\left.\right)$, et de la résistance ohmique R du circuit.

2° D'autre part, l'amplitude A_1 est fonction du rapport $\frac{h-R}{q}$ et dépend donc essentiellement du coefficient du troisième terme de la série qui établit la dissymétrie de la caractéristique.

Quand on veut serrer le problème de plus près, il est bon d'utiliser la série des trois premiers harmoniques au moins; mais le problème devient trop compliqué pour permettre une solution rigoureuse : on admettra que les amplitudes $A_2 B_2 A_3 B_3$ des harmoniques sont faibles devant A_1 et leurs carrés négligeables devant A_1^2.

En développant i en série de Fourier, on obtiendra par l'équation (7) une série d'équations d'identifications; en admettant que les harmoniques de rangs supérieurs à 3 soient négligeables on peut obtenir les expressions corrigées

$$A'_1 \approx 2\sqrt{\frac{h-R}{3q}\left[1+\frac{4}{27}\frac{p''}{q}\frac{h-R}{\omega^2 L^2}+\ldots\right]}$$

$$\omega' \approx \sqrt{\frac{1}{L}\left(\frac{1}{C}-\frac{1}{S}\right)-\frac{1}{L^2}\left[\frac{4}{9}\frac{p^2}{q}(h-R)+\frac{1}{8}(h-R)^2+\ldots\right]}.$$

La pulsation est ainsi un peu diminuée, mais l'amplitude accrue.

Ces expressions mettent en évidence le rôle essentiel joué par le quotient $\frac{h-R}{\omega L}$, le numérateur représente la résistance ohmique apparente du circuit oscillant comprenant l'arc, le dénominateur sa réactance; p et q sont les termes du développement en série qui caractérisent les courbures de la caractéristique. On a en outre :

$$A_2 \approx \frac{4}{9}\frac{p}{q}\frac{h-R}{\omega L}; \qquad B_2 \approx \frac{8}{27}\frac{p}{q}\left(\frac{h-R}{\omega L}\right)^2;$$

$$A_3 = 0; \qquad B_3 \approx -\frac{h-R}{4\omega L}\sqrt{\frac{h-R}{3q}}.$$

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la nitruration des aciers ordinaires et spéciaux.* Note de M. Léon Guillet.

L'industrie commence à utiliser un nouveau procédé de durcissement de certains aciers spéciaux. Basée sur une suite d'importantes recherches relatives d'une part au diagramme fer-azote, et d'autre part à l'action de l'ammoniaque sur les aciers ordinaires et spéciaux, recherches dues à M. A. Fry, cette méthode consiste essentiellement dans les opérations suivantes :

la pièce que l'on veut durcir superficiellement, est chauffée, entièrement achevée, dans un courant d'ammoniaque, à la température de 500 à 510°; au bout de quelque temps, on observe, avec certains aciers spéciaux, et avec ceux-là seulement, une couche extrêmement dure; cette couche peut atteindre, au bout de 4 jours, une épaisseur d'environ $\frac{8}{10}$ de millimètre. En pratique, on utilise surtout des aciers contenant de l'aluminium. Il est bien à noter que la pièce ne subit aucune trempe, que la dureté est obtenue par simple nitruration et qu'aucune rectification n'est faite après traitement. Les résultats industriels obtenus par ce procédé sont déjà fort intéressants.

Les recherches que j'ai poursuivies sur ce sujet ont essentiellement pour but de préciser le mécanisme de l'opération et l'influence de la composition du métal. Mes études ont porté sur un très grand nombre d'aciers ordinaires et d'aciers spéciaux, et je ne donnerai ici que les résultats les plus marquants. Tous ces essais ont été faits dans les mêmes conditions : température de l'opération : 500 à 510°; durée de l'opération : 60 heures.

Aciers ordinaires. — Les alliages de fer et de carbone — de même le fer électrolytique — se laissent pénétrer très facilement par l'ammoniaque. On observe la formation profonde d'aiguilles fines, déjà signalées comme étant un nitrure de fer; le métal devient extrêmement fragile, dans toute la masse, alors qu'apparaît une très faible augmentation de la dureté superficielle.

Aciers au nickel. — Dans aucun cas, la nitruration des aciers au nickel n'augmente nettement la dureté superficielle, que les aciers soient perlitiques, martensitiques ou à fer γ; on observe même parfois un abaissement de la dureté, cela dans des aciers qui, présentant avant l'opération de la martensite et de l'austenite, deviennent en surface entièrement austénitiques après nitruration. Dans les aciers perlitiques le phénomène est analogue à celui observé dans les aciers ordinaires.

Aciers au chrome. — Avec les aciers au chrome, l'augmentation de dureté est très nette pour les alliages à faible teneur en chrome (aciers perlitiques); dans les autres cas, on ne note aucune augmentation de dureté.

Aciers au manganèse. — Je n'ai pu opérer que sur un seul alliage renfermant 1 pour 100 de manganèse. Il a légèrement durci (dureté Brinell, passant de 211 à 272).

Aciers à l'aluminium. — Ici mes recherches n'ont porté que sur des types d'aciers à très haute teneur en aluminium. Le durcissement est très élevé, et le phénomène est très caractéristique : l'épaisseur de la couche nitrurée est très faible, de l'ordre de $\frac{4}{10}$ de millimètre.

D'ailleurs l'essai à la bille donne assurément des chiffres erronés; le pendule Herbert indique une dureté bien plus élevée que dans les aciers ordinaires cémentés et trempés.

Aciers au silicium. — Les deux essais exécutés montrent que le silicium donne une augmentation sensible de dureté par nitruration.

Aciers complexes. — Enfin ces recherches ont porté sur quelques aciers complexes dont les résultats sont donnés plus loin.

On note que les aciers chrome-nickel sont nettement durcis, tandis que les aciers chrome-tungstène (à coupe rapide) ne le sont point.

Enfin les aciers complexes à l'aluminium, ceux-là mêmes que l'on utilise dans les essais industriels en cours, donnent des résultats vraiment remarquables; l'essai Brinell, qui fournit certainement des chiffres trop faibles, accuse une dureté qui atteint 750.

Le tableau suivant reproduit les principaux résultats obtenus :

Teneur pour 100. — Aciers ordinaires. — C.		Dureté au scléroscope après nitruration — au cœur.	en surface.	Dureté à la bille après nitruration — au cœur.	en surface.
0,10		14	16	106	111
0,35		16	21	134	165
0,90		28	32	180	226
Aciers au nickel.					
C.	Ni.				
0,21	1,97	14	17	112	121
0,20	4,20	19	17	122	156
0,23	7,59	20	22	135	149
0,21	9,79	24	26	113	174
0,22	12,29	28	31	201	215
0,23	15,04	33	34	201	231
0,23	20,01	28	29	209	208
0,23	25,06	14	13	109	95
0,80	2,20	28	29	186	204
0,78	4,90	28	29	207	227
0,81	7,09	29	31	213	207
1,05	9,79	31	34	219	237
0,76	12,27	32	35	220	227
0,80	15,04	47	46	319	276
0,80	20,01	38	29	283	206
0,79	25,06	18	15	140	124
0,81	29,96	14	15	110	112

Teneur pour 100. — Aciers ordinaires. — C.		Dureté au scléroscope après nitruration		Dureté à la bille après nitruration	
		au cœur.	en surface.	au cœur.	en surface.
Aciers au chrome.					
C.	Cr.				
0,06	1,20	12	42	88	210
0,07	7,80	18	18	124	124
0,14	13,60	18	18	139	138
0,97	0,90	30	44	203	270
0,96	11,50	24	20	171	172
Aciers au manganèse.					
C.	Mn.				
0,84	1,03	30	38	211	272
Aciers à l'aluminium.					
C.	Al.				
0,08	7,20	23	47	156	206 (1)
0,66	7,00	30	45	185	253 (1)
0,86	14,09	34	39	210	248 (1)
Aciers au silicium.					
C.	Si.				
0,28	2,36	19	26	152	207
0,83	2,15	27	38	184	249

Teneur pour 100. — Aciers complexes.						Dureté au scléroscope après nitruration		Dureté à la bille après nitruration	
C.	Ni.	Cr.	Si.	Mn.	W.	au cœur.	en surface.	au cœur.	en surface.
0,12	3,2	0,7	//	//	//	17	36	134	198
0,25	3,2	0,7	//	//	//	24	48	179	300
0,30	3,5	1,8	//	//	//	27	62	260	349
0,40	//	//	1,7	0,6	//	21	31	183	226
0,60	//	5	//	//	18	27	31	205	209
Acier à l'aluminium						32	88 à 110	213	387 (1)

Conclusions. — En résumé, le nouveau procédé de durcissement de l'acier par nitruration présente in intérêt remarquable; mais il s'applique seulement à quelques aciers spéciaux, et les longues recherches que nous avons entreprises à ce sujet nous permettent d'indiquer parmi les corps déjà étudiés, que seuls le chrome, le silicium, le molybdène et l'aluminium permettent d'obtenir une grande augmentation de dureté superficielle.

---

(1) Chiffres beaucoup trop bas par suite d'une épaisseur très faible de la couche nitrurée. On a pu, avec de faibles pressions, atteindre, pour l'acier à l'aluminium, 750.

Cette dureté est obtenue avec des aciers contenant un ou plusieurs éléments qui diminuent la diffusion de l'azote — très rapide dans les aciers ordinaires — et cela par suite de formation d'un azoture de fer et des éléments volontairement ajoutés.

Je poursuis d'ailleurs ces essais pour étudier plus complètement ce phénomène, particulièrement intéressant du point de vue théorique et du point de vue industriel, et communiquerai incessamment les résultats obtenus avec d'autres aciers spéciaux, notamment ceux au tungstène, au molybdène, au vanadium, au titane et au cobalt.

MICROBIOLOGIE DU SOL. — *Sur le pouvoir fixateur des terres.* Note de M. **Winogradsky**.

Les nombreuses expériences exécutées dans le courant des 25 ans écoulés ont mis hors de doute le fait de la fixation de l'azote dans les cultures d'*Azotobacter*, tant brutes que pures, mais elles n'ont établi aucune base pouvant servir à une étude comparée du processus. Celui-ci ne pouvant s'accomplir, comme on le sait depuis les premières recherches sur les microbes fixateurs (¹), qu'aux dépens du carbone assimilable, la question se pose de savoir, d'un côté, quel est son *rendement*, soit le rapport de l'azote fixé au carbone dépensé, d'un autre, quelle est son *énergie*, ou le temps nécessaire à la consommation d'une dose déterminée de matière hydrocarbonée.

Serait-il possible d'établir un processus *normal* qui fournirait une mesure du rendement et de l'énergie, et qui servirait d'étalon à des expériences comparées sur le pouvoir fixateur des terres, soit de leur *appareil microbien* spécifique?

Rien n'a encore été fait dans cette direction. Le rendement s'est montré bien variable dans les conditions des expériences antérieures, qui se faisaient presque exclusivement dans le milieu liquide, défavorable aux fixateurs aérobies, et quant à l'énergie, elle n'a fait objet d'aucune recherche.

Pour entreprendre cette étude, il s'agissait avant tout de fixer les conditions *normales* ou optima, dans lesquelles le processus pourrait marcher, sans entrave aucune, en atteignant régulièrement son plein développement.

Ces conditions, nous croyons les avoir réalisées en semant $1^{g},00$ de terre

---

(¹) Winogradsky, *Comptes rendus*, **116**, 1893, p. 1385; **118**, 1894, p. 353.

fine en nature — prélevé sur un échantillon bien représentatif — sur la surface d'une plaque de silico-gel nutritif, préparée d'après le procédé décrit dans notre Note du 2 mars 1925 (1).

On remarquera que la méthode tend à se rapprocher des conditions naturelles, en évitant les cultures pures, souvent affaiblies ou dégénérées, et en faisant travailler l'ensemble des microbes spécifiques d'une terre sur un milieu électif.

Dans le choix des échantillons de terres, on a été guidé par l'idée de les avoir de provenances très diverses, ce qui est toujours indiqué quand il s'agit d'un phénomène microbien général, ou mondial.

On a expérimenté avec une trentaine d'échantillons de terres provenant de France, d'Algérie, de la Pologne, de la Serbie, des régions tropicales (Cuba, Costa-Ricca). Leur origine est notée au milieu des colonnes du tableau. Six groupes d'expériences avec autant d'échantillons dépourvus de germes d'*Azotobacter*, qui n'ont donné qu'un gain insignifiant, de l'ordre de celui de l'expérience X (Belgrade), ont été omis dans le tableau.

Toutes les plaques qui ont exercé une fixation notable ont porté des colonies d'*Azotobacter*, que l'on dénombrait, ou dont on évaluait approximativement la densité. Plusieurs échantillons ont donné lieu, à partir du quatrième jour d'étuve, à une pullulation plus ou moins abondante de *Clostridium*, qui se propageait au sein même des flaques de mucus d'*Azotobacter*; elle se manifestait par des bulles de gaz qui, tantôt ne formaient que des îlots, tantôt s'étendaient sur une partie, ou bien sur toute la plaque. Hormis ces deux groupes de microbes, fixateurs aérobies et anaérobies, les terres n'ont fait paraître sur les plaques que de toutes petites colonies de microbes, dites *oligonitrophiles*, lesquelles n'y exercent aucun rôle appréciable, étant dépourvues de la faculté de fixer l'azote, ou ne la possédant qu'à un degré insignifiant et douteux.

Pour l'analyse, le gel séché à douce chaleur est introduit intégralement dans le ballon Kjeldahl; s'il y a des traînées de mucus sec adhérant au verre, elles sont détachées au moyen de morceaux de pierre-ponce, et la poudre formée jetée dans le même ballon.

En examinant le tableau par groupes d'expériences, on voit que les résultats s'accordent dans les limites des groupes aussi parfaitement qu'on peut le désirer pour des expériences biologiques.

---

(1) *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 711.

Numéro d'ordre.	Mannite (dose en gr.).	Jours d'étuve à 30°.	Azote (gain net en milligr.).	Rendement pour 1g en milligr.
I. *Brie* (témoin).				
1.....	2,00	4	11,56	—
2.....	»	5	19,39	9,69
3.....	»	6	19,97	9,86
4.....	»	7	20,90	10,45
5.....	1,00	9	10,39	10,39
6.....	2,00	10	19,97	9,86
II. *Brie* (espalier).				
1.....	2,00	4	13,49	—
2.....	»	5	20,32	10,16
3.....	»	6	20,10	10,05
4.....	»	7	20,74	10,37
5.....	1,00	9	10,00	10,00
III. *El-Hadjar* (Algérie).				
1.....	2,00	5	15,41	—
2.....	»	6	19,50	9,75
3.....	»	7	20,51	10,25
4.....	»	8	20,85	10,42
5.....	»	10	19,78	9,89
IV. *Pilaskow* (Pologne).				
1.....	2,00	7	20,93	10,46
2.....	»	7	20,66	10,33
3.....	»	7	20,31	10,25
V. *Cuba*.				
1.....	2,00	8	20,32	10,16
2.....	»	9	21,25	10,62
3.....	»	9	20,51	10,25
4.....	»	9	20,76	10,38
Costa-Rica.				
5.....	2,00	10	22,10	11,05
VI. *El-Hadjar* (Algérie).				
Échantillon I.				
1.....	2,00	10	18,55	9,27
2.....	2,50	10	23,33	9,33
Échantillon II.				
1.....	2,00	10	20,76	10,38
2.....	2,50	10	24,59	9,84
Échantillon III.				
1.....	2,00	10	19,75	9,87
2.....	2,50	10	27,64	11,05
VII. *Pré* (vallée de l'Yerres).				
1.....	2,00	6	18,96	9,48
2.....	»	6	19,24	9,62
3.....	»	7	19,24	9,62
4.....	»	7	19,36	9,68
VIII. *Saint-Vincent* (Algérie).				
1.....	2,00	5	16,50	—
2.....	»	5	18,05	9,02
3.....	»	7	18,80	9,40
4.....	»	10	18,87	9,43
IX. *Brie* (ferme).				
Échantillon I.				
1.....	2,00	7	17,83	8,91
2.....	»	7	17,83	8,91
Échantillon II.				
1.....	»	7	18,00	9,00
2.....	»	7	17,56	8,78
3.....	»	7	16,87	8,43
X. *Zemoun* (Serbie).				
1.....	2,00	10	21,62	10,81
Belgrade.				
1.....	»	10	0,38	»

Nature des pullulations. — I. Azotobacter, colonies, nombre maximum. Clostridium sur 1/2 à 2/3 de la surface. — II. Azotobacter, en moyenne 2350 colonies. Pas de Clostridium. — III. Azotobacter, densité moindre. Clostridium sur la moitié de la surface. — IV. Azotobacter, nombre maximum. Pas de Clostridium. — V. *Cuba :* Azotobacter, une douzaine de colonies. Riche pullulation d'anaérobies. — *Costa-Ricca :* Azotobacter, 25 colonies. Riche pullulation des Clostridium. — VI. Azotobacter, quelques centaines de colonies par plaque. Clostridium sur 1/3-1/2 de la surface. — VII. Azotobacter, un millier de colonies par plaque. Clostridium sur 1/5 de la surface. — VIII. Azotobacter, quelques centaines de colonies. Clostridium ? — IX. Azotobacter, quelques centaines de colonies. Pas d'anaérobies. — X. *Zemoun :* Azotobacter, maximum de colonies. Pas d'anaérobies. — *Belgrade :* Néant. Petites colonies des oligonitrophiles.

Le fait est d'autant plus digne d'attention, qu'il a été obtenu en dehors de toute culture pure, en se servant simplement d'un groupe d'agents microbiens pris, sans choix aucun, immédiatement dans leur milieu naturel.

Quant au *rendement*, on voit qu'il n'a varié qu'entre 9 et 11^{mmg} pour 1^{g} de mannite. Il se rapproche donc sensiblement de 10^{mmg}, en dépassant légèrement ce chiffre. C'est justement ce rendement qui s'est montré constant pour les terres des groupes I, II, IV que nous considérons comme type de *terres actives*, la terre *Brie espalier* (II) en première ligne. En se basant sur ces données, on *pourrait admettre comme gain normal le taux de* 1 *pour* 100 *de mannite consommée, soit* 1 : 40 *du carbone assimilé.*

Ce taux ne paraît pas dépendre de la dose de substance énergétique, comme on l'a prétendu. Au moins est-il resté constant aux doses employées, allant de $0^{g},5$ à $2^{g},5$ (voir I, II, VI).

Pour consommer 2^{g} de mannite, quatre jours d'étuve à 30° se sont montrés insuffisants. Dans ce délai le processus n'est pas arrivé à sa fin même avec les terres les plus actives (voir I et II). C'est 5 jours qu'il a fallu à la terre *Brie espalier* (II), pour venir à bout de la dose de 2^{g}. La terre *Brie témoin* (I) est légèrement en arrière. Les terres *Saint-Vincent* (VIII) et *El-Hadjar* (III) sont encore plus distancées, n'ayant fixé au bout de ce délai que 75-80 pour 100 du rendement final. Mais en 7 jours le processus est terminé partout, même avec les terres les moins actives. Il s'ensuit qu'il serait indiqué, pour comparer les terres d'activité différente, de prendre pour étalon le *minimum de durée* qui correspondrait au *maximum d'énergie*. Ce minimum il y aurait lieu de le fixer à 5 jours.

Un appareil microbien fixateur de première force consommera donc, dans ces conditions convenues comme normales, 2^{g} *de mannite en* 120 *heures en fixant* 20^{mg} *d'azote gazeux.*

Comme on le voit d'après ce bref résumé de nos longues expériences, la méthode est susceptible d'être employée pour les expériences de comparaison du pouvoir fixateur des terres, si pratiquées dans les laboratoires de microbiologie agricole, au lieu de la méthode très imparfaite actuellement en usage.

Remarquons pour finir que les expériences de fixation, seules, ne suffisent pas pour caractériser l'activité fixatrice des terres. D'autres épreuves sont encore nécessaires pour en avoir une caractéristique complète. Elles feront le sujet d'une prochaine Communication.

ZOOLOGIE. — *La famille des Sarcosporidies. Son étendue. Ses affinités.* Note [1] de M. Paul Vuillemin.

Les zoologistes sont loin d'être d'accord sur les affinités de la famille des Sarcosporidies fondée en 1883 par Balbiani.

Deux genres renfermant des parasites de l'homme furent rattachés aux Chytridinées, le genre *Sarcocystis* par Kühn en 1865, le genre *Rhinosporidium* par Asworth en 1923. Sous le nom de Chytridinées on confondait d'abord des Champignons et des Protozoaires. Les Zoochytridinées qui seules pouvaient être mises en cause ont des zoospores et des plasmodes inconnus chez les Sarcosporidies.

Les Chytridinées écartées, les Sarcosporidies restent parmi les Sporozoaires conformément aux vues de Balbiani. Cependant le genre *Rhinosporidium* fut détaché des Sarcosporidies et placé dans la famille des Haplosporidies définie en 1905 par MM. Caullery et Mesnil. Cette attribution soutient difficilement l'examen. M. Guiart (1910) observe que, contrairement aux autres Haplosporidies, les spores de *Rhinosporidium* renferment des sporozoïtes. M. Neveu-Lemaire (1921) juge opportun de créer une famille des Rhinosporididés.

Toutes ces controverses partent d'une méprise. On a appelé sporogonie chez les *Sarcocystis* et les *Rhinosporidium* ce que l'on nommait schizogonie chez les Coccidies, les Hémosporidies et autres Sporozoaires.

Cette confusion a été favorisée par l'impropriété des termes usités pour désigner les stades de l'ontogénie des Sporozoaires. De par l'étymologie, les mots gamétogonie, sporogonie, schizogonie impliquent trois sortes de reproduction chez un même animal, reproduction sexuelle, reproduction par spores, reproduction par division. La partition cellulaire est un phénomène général de croissance. La séparation de ses produits ne donne pas de nouveaux animaux, mais des fractions d'animal, des mérozoïtes. La sporulation est un cas particulier dans lequel la migration des mérozoïtes est assurée passivement par la protection de la membrane ou activement par l'agilité des sporozoïtes. C'est un moyen de propagation, non de reproduction.

Ce qui est commun aux trois stades, ce n'est pas la reproduction (gonie); c'est la disjonction (schizie). Ce qui distingue le premier des deux autres,

---

[1] Séance du 7 avril 1926.

c'est un caractère cytologique. D'après le nombre des chromosomes, les cellules sont doubles (diploïdes) dans ceux-ci par rapport aux cellules simples (haploïdes) de celui-là. Ce qu'on appelait gamétogonie est une *haploschizie;* ce qu'on appelait sporogonie et schizogonie est une *diploschizie* dont la sporulation est le premier acte.

Ces points préliminaires éclaircis, on s'aperçoit que la prétendue sporogonie des Sarcosporidies répond au second acte de la diploschizie (vulgairement appelé schizogonie) des Coccidies et des Hémosporidies. Elle offre une trompeuse analogie avec la sporulation des Coccidies. Au début du parasitisme une cellule forme un kyste de premier ordre; ses produits de partition des kystes de second ordre renfermant des mérozoïtes que l'on a pris respectivement pour des sporocystes de premier et de second ordre et des sporozoïtes.

La sporulation des *Sarcocystis* n'a pas été observée. Des indices suffisants prouvent qu'elle s'accomplit à la suite de l'haploschizie et de la fécondation comme chez les Coccidies hors des tissus de l'hôte, soit dans l'intestin, soit à l'extérieur où les éléments reproducteurs, rejetés avec les matières fécales, ont donné des formes résistantes. M. L. Nègre transmet le *Sarcocystis muris* à des Souris en leur faisant avaler des crottes provenant de leurs congénères infestés et conservées un mois à sec ou chauffées pendant un quart d'heure à 65°. Des sporocystes résistants s'étaient donc développés en dehors du parasitisme.

Le stade parasite des *Sarcocystis* aboutit comme celui des Hémosporidies, à d'ultimes mérozoïtes dont l'aspect n'est pas éloigné de celui des corps en croissant des *Laverania*. Ce sont également des cellules reproductrices encore diploïdes dont la partition donne les premiers éléments haphoïdes d'un animal de nouvelle génération. Ces éléments reproducteurs répondent au zeugite défini par Raciborski. Le zeugite est l'inverse du zygote qui substitue la structure diploïde à la structure haploïde en complétant l'animal par la combinaison des produits paternels et des produits maternels apportés séparément par les gamètes issus de l'haploschizie.

Tout animal ou végétal débute par un stade haploïde. Les Protozoaires se distinguent par la séparation de toutes les cellules ou de la plupart, tandis que la cohérence des produits de partition se maintient chez les autres animaux et la majorité des végétaux à l'exception des mérozoïtes de la lymphe et du sang et de divers éléments affectés à la propagation ou à la reproduction. L'haploschizie et la diploschizie ne sont donc pas spéciales

aux Protozoaires; elles y sont seulement plus fréquentes que la cohérence des produits de partition.

Les zeugites du *Rhinosporidium Seeberi* sont de petites boules ne dépassant pas 1^{mm}. Asworth (1923) veut y voir des réserves protéiques. Il apporte pourtant un argument favorable à leur rôle reproducteur, car il a constaté leur libération dans le mucus nasal. Aucune raison ne s'oppose à l'assimilation des formes qui se succèdent au cours du parasitisme dans ce genre avec le second acte de la diploschizie des *Sarcocystis*.

Nous concluons au rétablissement de la famille des Sarcosporidies dans ses anciennes limites. Elle ne s'écarte pas plus des autres familles de Sporozoaires que celles-ci ne diffèrent entre elles.

ÉLECTIONS.

Par l'unanimité des 34 suffrages exprimés, M. **Fernand Widal** est réélu Membre de la *Commission supérieure des maladies professionnelles*.

CORRESPONDANCE.

M. **Émile Forgue**, élu Correspondant pour la Section de Médecine et Chirurgie, adresse des remercîments à l'Académie.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Livre jubilaire offert au professeur Thomas Jonnesco *à l'occasion de sa trentième année d'enseignement. Sa vie, son œuvre.* (Présenté par M. Bazy.)

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Déformation des surfaces tétraédrales, avec conservation d'un réseau conjugué et rigidité d'une asymptotique.* Note de M. **Bertrand Gambier**.

1. M. Tzitzéica, dans un Mémoire d'une rare élégance inséré aux *Annales de l'Académie Roumaine*, tome 38 des *Mémoires de la Section scienti-*

fique, 1916, p. 241-259, a montré que toute surface tétraédrale d'équation

$$\alpha x^{\frac{2}{3}} + \beta y^{\frac{2}{3}} + \gamma z^{\frac{2}{3}} = 1,$$

admet ∞^1 représentations paramétriques de la forme

$$(1)\quad x = A(\lambda + a)^{\frac{3}{2}}(\mu + a)^{\frac{3}{2}}, \quad y = B(\lambda + b)^{\frac{3}{2}}(\mu + b)^{\frac{3}{2}}, \quad z = C(\lambda + c)^{\frac{3}{2}}(\mu + c)^{\frac{3}{2}},$$

où A, B, C, a, b, c sont des constantes, λ et μ des paramètres curvilignes. Le système (λ, μ) est conjugué, admet pour enveloppe commune aux lignes λ et μ constantes, la cubique gauche $\lambda = \mu$. Les équations

$$(2)\qquad A^2 a^i + B^2 b^i + C^2 c^i = A_1^2 a_1^i + B_1^2 b_1^i + C_1^2 c_1^i \qquad (i = 0, 1, 2, 3, 4),$$

au nombre de cinq entre six inconnues A_1, B_1, C_1, a_1, b_1, c_1 déterminent ces six inconnues au moyen d'une arbitraire et la surface tétraédrale définie par les équations (1) où A, ..., c sont remplacées par A_1, ..., c_1 est applicable sur la première surface, les points homologues ayant mêmes coordonnées λ, μ; l'asymptotique $\lambda = \mu$ est restée égale à elle-même et le réseau (λ, μ) conjugué. Remplaçant l'asymptotique choisie par une autre, chaque surface (α, β, γ) livre ∞^2 déformées tétraédrales $(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$; pour deux surfaces applicables, l'expression

$$(3)\qquad \frac{1}{m^3} = \frac{(\alpha^6 + \beta^6 + \gamma^6 - 2\beta^3\gamma^3 - 2\gamma^3\alpha^3 - 2\alpha^3\beta^3)^2}{\alpha^3\beta^3\gamma^3} = \frac{D^2}{\alpha^3\beta^3\gamma^3},$$

conserve la même valeur. Pour D non nul, le ds^2 de la surface est réductible à la forme

$$(4)\qquad ds^2 = \frac{9}{4}[u\,du^2 + 2m\,du\,dv + v\,dv^2].$$

et pour $D = 0$ à la forme

$$(5)\qquad ds^2 = v\,du^2 + 2u\,du\,dv + dv^2.$$

Dans chaque cas $x^{\frac{2}{3}}$, $y^{\frac{2}{3}}$, $z^{\frac{2}{3}}$ sont des fonctions *linéaires* des paramètres (u, v) du ds^2 réduit. Le type (5) rentre dans un type découvert par Weingarten, pour lequel l'équation de Monge-Ampère de la déformation est complètement intégrable par quadratures.

2. J'ai apporté aux résultats rappelés quelques compléments importants :

1° Dans les équations (2), si C_1 tend vers zéro et si c_1 augmente indéfiniment de sorte que $C_1 c_1^2$ tende vers une limite finie, on obtient *une* surface parabolo-tétraédrale

$$z = \frac{3}{2}\left(p x^{\frac{2}{3}} + q y^{\frac{2}{3}}\right)$$

applicable sur la surface primitive, tout au moins si $D \neq 0$. En faisant varier l'asymptotique, on a ainsi ∞^1 surfaces parabolo-tétraèdrales. Or si $pq = m$, il suffit d'écrire

$$(6) \qquad x = (u - p^2)^{\frac{3}{2}}, \qquad y = (v - q^2)^{\frac{3}{2}}, \qquad z = \frac{3}{2}[p(u - p^2) + q(v - q^2)],$$

pour avoir une représentation paramétrique de cette surface parabolique et le ds^2 réduit (4).

2° Si $D > 0$, la réduction au type (4) donne u, v *réels* pour chaque point réel de la surface; si $D < 0$, u et v sont *imaginaires conjugués* pour chaque point réel; on peut ainsi réaliser des surfaces de même ds^2 tel qu'à chaque point réel de l'une corresponde un point imaginaire de l'autre. J'ai fait le calcul explicite de u et v.

3° Ce calcul montre que la surface tétraèdrale étant réduite au huitième situé dans le trièdre où x, y, z sont positifs, ce morceau Σ admet *six* auto-applications; il admet un pôle Ω d'où rayonnent *trois* géodésiques exceptionnelles le divisant en 6 secteurs, d'angle 60° en Ω, tels que deux secteurs contigus s'échangent par une application où leur frontière commune reste invariante; pour $\alpha = \beta = \gamma$ ces applications se réduisent à des symétries; mais pour $\alpha \neq \beta \neq \gamma$, ce sont effectivement des déformations.

4° Chaque surface admet 36 droites, dont 8 au plus sont réelles; pour chaque droite il y a une déformation limite du type indiqué plus haut, le réseau conjugué permanent est alors le réseau conjugué déterminé par les plans pivotant autour de Oz, par exemple, et les sections horizontales; ce réseau se trouve ici être *doublement conjugué* au sens de M. G. Kœnigs. Les ∞^2 surfaces de même ds^2 donnent ainsi ∞^1 géodésiques rectilignes dont l'image sur le plan ωuv du ds^2 réduit (4) ou (5), est une droite qui, pour (4), enveloppe une courbe à trois rebroussements de degré 4, classe 3, tritangente à la conique fondamentale $uv - m^2 = 0$ et pour (5) une parabole $u^2 + 8v = 0$ tangente à la parabole fondamentale $u^2 - v = 0$.

5° L'étude de ces géodésiques particulières fournit le résultat suivant, d'une belle élégance géométrique. Je me borne au type (4) et $D < 0$. Je pose $u = u' + iv'$, $v = u' - iv'$ de sorte que la conique fondamentale soit le cercle (C) $u'^2 + v'^2 - m^2 = 0$; j'inscris un triangle *pqr arbitraire* dans le cercle; soit ϖ une parabole inscrite dans *pqr* et les ∞^1 triangles *t* inscrits dans (C), circonscrits à ϖ; en remplaçant ϖ par toutes les paraboles du faisceau tangentiel inscrit dans *pqr*, on obtient finalement ∞^2 triangles *t* qui sont les images sur le plan $\omega u'v'$ de nos ∞^2 surfaces tétraédrales; la région commune à deux triangles indique par quelles portions les surfaces se

recouvrent; si les deux triangles ne se recouvrent pas, les surfaces n'ont pas de portion réelle se correspondant. Dans le cas $D > 0$, même construction avec l'hyperbole (H) $uv - m^2 = 0$; dans le cas $D = 0$, même construction avec la parabole (P) $v - u^2 = 0$.

6° Enfin toutes les surfaces, tétraédrales ou non, ayant le ds^2 (4) ou (5) sont obligées d'avoir soit une ligne d'arrêt, asymptotique singulière, soit une arête de rebroussement, asymptotique singulière. Pour $D < 0$, par exemple, une telle surface ne peut représenter qu'un polygone rectiligne ou curviligne inscrit dans le cercle fondamental C et la surface représente $6p$ fois ce polygone (pour les surfaces tétraédrales, $p = 8$).

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur un théorème de M. Denjoy.* Note [1] de M. **Miécislas Biernacki**, transmise par M. Émile Borel.

Dès 1907 M. Denjoy a signalé [2], avec beaucoup d'intuition, comme vraisemblable la proposition suivante : Une fonction entière d'ordre fini ρ a 2ρ valeurs asymptotiques finies au plus; il a démontré cette proposition dans le cas où les chemins de détermination sont des droites ou des spirales logarithmiques.

J'ai établi ce théorème dans un cas particulier : *Les angles que font les tangentes aux chemins de détermination avec les rayons vecteurs joignant les points de contact à l'origine tendent vers zéro lorsqu'on s'éloigne indéfiniment sur ces chemins.* La démonstration repose sur les lemmes suivants :

Lemme I. — Si l'on a

$$a_1 \leqq a_2 \leqq \ldots \leqq a_n; \qquad b_1 \geqq b_2 \geqq \ldots \geqq b_n,$$

on a aussi

$$\sum_{i=1}^{n} a_i b_i \leqq \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} a_i \sum_{i=1}^{n} b_i.$$

Lemme II. — Soient A un angle, D un domaine s'étendant à l'infini, limité par un seul contour $\mathcal{L}$ que nous supposons passant par l'origine O′, ayant le caractère régulier analytique en ce qui concerne les points à distance finie tandis que le point à l'infini est un point « accessible » dans D. Soit $u = \varphi(z)$ une fonction qui transforme conformément A en D, les points à l'infini étant correspondants ainsi que le sommet O de l'angle A et l'origine O′. Si

(1) Séance du 7 avril 1926.

(2) *Comptes rendus*, 145, 1907, p. 106.

l'angle que fait la tangente en un point de $\mathcal{L}$ avec le rayon vecteur ne dépasse pas $\frac{\pi}{2} - \delta(\delta > 0)$, cette propriété appartient aussi à l'image d'une droite quelconque passant par le sommet O de l'angle A.

Lemme III. — En conservant les notations du lemme précédent, appelons A′ un angle intérieur à A. Soient z_1 et z_2 les affixes des deux points de A′ tels que $|z_1| = |z_2| = R$. Si $R > R_0$ (R_0 dépend de la transformation considérée) $\left|\frac{\varphi(z_1)}{\varphi(z_2)}\right|$ ne dépasse pas un nombre qui ne dépend que de A et de A′. Réciproquement, $\psi(u)$ désignant la fonction inverse de $\varphi(z)$, si $|u_1| = |u_2|$, $\left|\frac{\psi(u_1)}{\psi(u_2)}\right|$ ne dépasse pas un nombre qui ne dépend que de A et de δ. [Pour établir la première partie du lemme j'utilise une proposition intéressante due à M. Rolf Nevanlinna [1].] Voici maintenant l'esquisse de la démonstration : soient $D_1, D_2, \ldots, D_n$ les domaines limités par les chemins $L_1, L_2, \ldots, L_n$, $u = \varphi_i(z)$ la fonction qui représente conformément D_i sur le plan des z découpé suivant l'axe réel négatif.

Considérons dans ce plan des cercles C : $|z| = \text{const.}$ et appelons θ_i la variation de l'argument de $\varphi_i(z)$ le long de C; en posant

$$z = re^{i\theta}, \qquad x = \log r \qquad \text{et} \qquad \omega_i = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} \log|\varphi_i(z)|\,d\theta,$$

on a

$$\frac{d\omega_i}{dx} = \frac{\theta_i}{2\pi}.$$

Envisageons dans le plan des z les cercles $C_1, C_2, \ldots, C_n$ de rayons $r_1, r_2, \ldots, r_n$, et tels que

$$\omega_1 = \omega_2 = \ldots = \omega_n = \omega.$$

En posant $x_i = \log r_i$, on aura

$$d\omega = \frac{\theta_i\,dx_i}{2\pi} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

En introduisant la variable $X = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ et en appliquant le lemme I, il vient

$$d\omega \leq \frac{1}{2\pi n}\sum_{i=1}^{n} \theta_i\,dX.$$

[1] *Översikt av Finska Vetenskaps-Societetens Förhandlingar*, 63 A, f. 6, 1920-1921, p. 18.

Il résulte d'autre part de l'hypothèse de début et de la première partie du lemme III que $\sum_{i=1}^{n} \theta_i < 2\pi + \varepsilon_1$ (je désigne par ε_k les quantités qui peuvent être rendues arbitrairement petites); on a donc

$$\frac{d\omega}{dX} \leqq \frac{1}{n}(1+\varepsilon_2), \quad \text{d'où, en intégrant,} \quad \omega < \frac{1}{n}(1+\varepsilon_3)\,X.$$

On en déduit l'existence d'un domaine D_j et d'une suite de points M_k s'éloignant indéfiniment dans le plan des z, où l'on a

$$|\varphi_j(z)| < |z|^{\frac{1}{n}(1+\varepsilon_3)}.$$

Il résulte de la deuxième partie du lemme III qu'il est possible de mener par ces points M_k des courbes S_k reliant les deux côtés de la coupure constituée par l'axe réel négatif, s'éloignant indéfiniment (lorsque k augmente indéfiniment), et telles que l'on a tout le long de ces courbes

$$|\varphi_j(z)| < |z|^{\frac{1}{n}(1+\varepsilon_4)}.$$

Soit $F(u)$ la fonction entière proposée, d'ordre ρ; la fonction $F[\varphi_j(z)]$ sera bornée des deux côtés de la coupure rectiligne (sans l'être partout) et l'on aura sur les courbes S_k

$$|F[\varphi_j(z)]| < e^{|z|^{\frac{\rho}{n}(1+\varepsilon_5)}}.$$

L'hypothèse $n > 2\rho$ est inadmissible, car elle serait en contradiction avec le théorème classique de Phragmén-Lindelöf [1].

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une généralisation d'un théorème de Schwarz.* Note [2] de M. **Julius Wolff**, transmise par M. Émile Borel.

Le théorème que je vais généraliser est le suivant : *Soit $f(z)$ holomorphe à l'intérieur d'un cercle C et telle que toutes ses valeurs sont dans C. Si α est une racine, intérieure à C, de l'équation $f(z) = z$, α' l'image de α par rapport à C, alors pour chaque z intérieur à C le point $z_1 = f(z)$ se trouve intérieur à*

---

[1] *Acta mathematica*, 31, 1908, p. 387-389.

[2] Séance du 7 avril 1926.

la circonférence $\gamma(z)$ passant par z et par rapport à laquelle α' est l'image de α, ou bien z_1, est sur $\gamma(z)$, ce dernier cas ne pouvant se présenter que pour les fonctions linéaires $\frac{az+b}{cz+d}$.

Pour le généraliser j'admets que l'équation $f(z)$ n'a pas de racine à l'intérieur de C.

Le développement qui suivra a son origine dans la lecture d'une belle démonstration que M. Denjoy vient de donner (*Comptes rendus*, 25 janvier 1926) d'un théorème sur l'itération de telles fonctions que j'avais démontré (*Comptes rendus*, 18 janvier 1926). La démonstration de ce théorème se simplifiera; par exemple pourrons-nous éviter l'emploi du théorème de Fatou, nous ne ferons usage que du théorème de Schwarz ci-dessus, et en même temps nous en gagnerons la généralisation.

Considérons la fonction $z_1(n) = \left(1 - \frac{1}{n}\right) f(z)$. Puisque

$$|z_1(n)| < \left(1 - \frac{1}{n}\right) R,$$

où R est le rayon de C, l'équation $z_1(n) = z$ possède une racine α_n, et une seule, intérieure à C. Pour $n \to \infty$ le point α_n ne peut avoir de limite α intérieure à C, car on aurait une suite (n), pour laquelle

$$\left(1 - \frac{1}{n}\right) f(\alpha_n) = \alpha_n \to f(\alpha) = \alpha,$$

contrairement à l'hypothèse $f(z) \neq z$.

Soit donc α un point limite de α_n sur C et soit z un point arbitraire intérieur à C. Le point $z_1(n)$ est à l'intérieur de (ou sur) la circonférence $\gamma_n(z)$ passant par z et par rapport à laquelle α_n a la même image α'_n que par rapport à C. Si n parcourt la suite des valeurs qui font tendre α_n vers α, le cercle $\gamma_n(z)$ tend vers le cercle $\gamma(z)$ passant par z et tangent à C en α. Or, $z_1 = f(z)$ étant la limite de $z_1(n)$, le point z_1 ne peut pas être extérieur à $\gamma(z)$. Posons $z_2 = f(z_1)$, ... $z_{k+1} = f(z_k)$, alors l'ensemble limite de z_k ne dépend pas de z (*Comptes rendus* 4 janvier 1926). La conclusion est immédiate : α est la limite unique des itérés de tout point de l'intérieur de C : c'est le théorème en question sur l'itération (*Comptes rendus* 18 janvier 1926). En même temps nous avons établi l'existence d'un point α et d'un seul, ayant la propriété que tous les cercles tangents à C en α se contractent par la transformation $z_1 = f(z)$; α est la limite unique de α_n pour $n \to \infty$.

Le raisonnement ci-dessus nous laisse un doute sur la question : si $z_1 = f(z)$ est sur $\gamma(y)$, est-ce que $f(z)$ est linéaire $\frac{az+b}{cz+d}$? Cependant la réponse est affirmative, ce qui rend la généralisation du théorème de Schwarz plus précise. En effet, représentons C sur le demi-plan D $(x > 0)$ par une transformation linéaire $\frac{az+b}{cz+d}$, tel que α corresponde au point à l'infini. Alors $\gamma(z)$ est la droite menée par z parallèle à l'axe des y. Or, supposons que D contienne un point β tel que $\beta_1 = \Phi(\beta)$ soit sur $\gamma(\beta)$, Φ étant la fonction transformée de f. Posons $\beta_1 = \beta + ih$, alors la fonction $\Phi(z) - ih$ est holomorphe dans D, toutes ses valeurs sont dans D et $\Phi(\beta) - ih = \beta$, donc pour chaque z de D le point $\Phi(z) - ih$ est intérieur à ou sur la circonférence $\Gamma(z)$ passant par z et par rapport à laquelle l'image β' de β est le même que par rapport à l'axe des y. Choisissons z sur la droite horizontale l par β, à droite de β. Alors $\Gamma(z)$ est à gauche de z, le seul point de $\Gamma(z)$ ayant même abscisse que z étant le point z lui-même. Mais le résultat ci-dessus équivaut ici à ce que l'abscisse de $\Phi(z)$, donc aussi celle de $\Phi(z) - ih$, est *au moins* égale à celle de z. On en conclut que $\Phi(z) - ih = z$ identiquement, puisque chaque z de l à droite de β y satisfait. La transformation $z_1 = \Phi(z)$ est une translation parallèle à l'axe des y. Résumons :

Si $f(z)$ est holomorphe à l'intérieur d'un cercle C, *si toutes ses valeurs sont aussi dans* C, *si de plus l'équation $f(z) = z$ n'a pas de racine dans* C, *alors le cercle* C *contient un point α, et un seul, ayant la propriété que la transformation $z_1 = f(z)$ contracte tous les cercles γ tangents à* C *en α. Si un point z de l'intérieur de* C *se transforme en un point situé sur le même γ que z, alors chaque z a cette propriété, et alors la transformation est linéaire, parabolique à point fixe α.*

La première partie de l'énoncé est contenue implicitement dans la Note citée de M. Denjoy.

Dans le cas où l'on se donne *a priori* un point α de C, en supposant f prolongeable au delà de α, et $f(\alpha) = \alpha$, le même résultat a été obtenu par M. G. Julia [1]. M. Julia remarque aussi qu'au lieu de supposer α régulier, on peut admettre que, z tendant vers α, $f(z)$ tende vers α, tout en satisfaisant certaines conditions de régularité.

---

[1] *Journal de Mathématiques*, 83, 1918, p. 77.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur la dissymétrie mécanique et optique de l'espace en rapport avec le mouvement absolu de la Terre.* Note de M. **Ernest Esclangon**, présentée par M. H. Deslandres.

Des recherches de divers ordres, dont l'idée et la préparation remontent à 1925, ont été entreprises à l'Observatoire de Strasbourg dans le but de mettre en évidence le mouvement absolu de la Terre par les dissymétries apparentes de l'espace qui peuvent en être la conséquence. En dehors des résultats d'expériences directes actuellement en cours, j'ai l'honneur de présenter à l'Académie les résultats suivants :

1° *Dissymétries mécaniques.* — Un fort mouvement absolu de la Terre, en dehors de son mouvement orbital, peut-il engendrer des *déviations* de la verticale, lesquelles, en raison de la rotation terrestre, auraient ainsi comme période le *jour sidéral?*

Nous avons, avec mon collaborateur M. Danjon, recherché cette oscillation en utilisant les données des observations du pendule horizontal, en particulier les observations continues faites à Potsdam de 1904 à 1909.

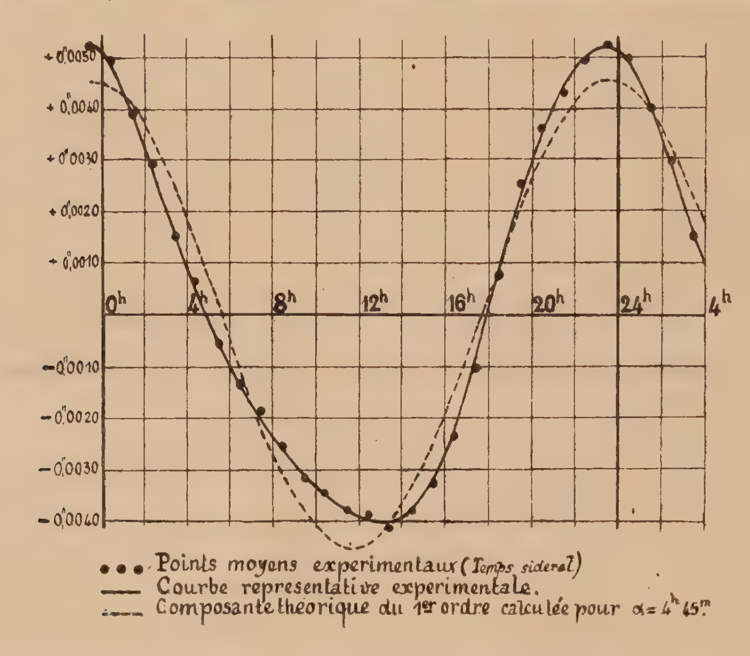
La *déviation de la verticale* peut être regardée, *a priori*, comme une fonction quasi périodique dont le corps de périodes comprend : *le jour solaire moyen*, le jour lunaire, les années solaire et lunaire, etc., enfin, peut-être, *le jour sidéral.* Seuls, parmi ces périodes, le jour solaire et le jour sidéral sont très voisins. Supposons qu'on ait extrait de la fonction composée, la partie quasi périodique relative à ces périodes T_m et T_s, partie qui, si les phénomènes correspondants comportaient des réactions mutuelles, comprendrait en outre les périodes dérivées T définies par

$$\frac{1}{T} = \frac{p}{T_m} + \frac{q}{T_s} \qquad (p, q, \text{ entiers}).$$

Or l'extraction, par voie de moyennes, des composantes correspondant à ces diverses périodes met en évidence une *composante sidérale* importante (de période T_s) représentée par la figure ci-contre, pour le pendule n° 1. Elle est en amplitude supérieure au $\frac{1}{4}$ de celle engendrée par le Soleil, à la moitié de celle de la Lune. Les composantes correspondant à $p=1$, $q=1$; $p=2$, $q=-1$; $p=3$, $q=-1$, quoique beaucoup plus faibles (de $\frac{1}{4}$ à $\frac{1}{9}$ de la composante sidérale), ne sont pas cependant négligeables.

Si l'on interprète les déviations observées comme résultant d'un aplatis-

sement terrestre dont les pôles variables seraient orientés vers un *point fixe* du ciel étoilé, on trouve pour l'ascension droite de cette direction $4^h 35^m$ (ou $16^h 35^m$) avec le pendule n° 1; $3^h 30^m$ avec le pendule n° 2, orienté à 90° du précédent [1]. A la vérité, ce dernier pendule a présenté de longues



lacunes dans les observations et éprouvé des perturbations locales importantes. Toutefois, un examen approfondi semble montrer qu'il n'y a pas, vis-à-vis de cet effet mécanique, symétrie absolue par rapport au méridien du lieu, comme si *la marée sidérale* comportait une sorte de viscosité spéciale déphasant de manière différente les composantes successives ordonnées en série de Fourier par rapport à l'angle horaire de la direction céleste troublante. Cette hypothèse, bien que singulière, s'accorderait avec l'existence de réactions mutuelles sensibles vis-à-vis de la composante solaire dont la période est très voisine.

2° *Dissymétries optiques.* — Les observations méridiennes d'étoiles directes et réfléchies révèlent des différences sensibles entre les angles d'incidence et de réflexion. En utilisant les observations directes et réfléchies de circompolaires à leur passage inférieur (pour avoir de plus grandes distances zénithales) faites à l'Observatoire de Strasbourg et en interprétant

(1) La méthode se prête mal au calcul de la déclinaison.

la divergence comme résultant d'un effet analogue au précédent, nous avons trouvé, pour la direction du mouvement, $\alpha = 4^h 36^m$, $\delta = +44°$ (ou $\alpha = 16^h 36^m$, $\delta = -44°$). M. Courvoisier, par les observations directes et réfléchies faites à Babelsberg et à Leyde, a obtenu $\alpha = 6^h$, $\delta = +33°$.

3° Les observations d'*occultations d'étoiles par la Lune* mettent en évidence, par rapport aux éphémérides de cet astre, des écarts périodiques inexpliqués, fonctions de l'ascension droite (¹). Ces écarts paraissent trouver précisément une explication par les erreurs systématiques moyennes dont sont affectées les positions apparentes des étoiles de comparaison fournies par les catalogues et provenant d'observations méridiennes non corrigées de l'effet de translation de la Terre.

Interprétés de cette manière, ils fournissent, pour l'ascension droite de l'apex absolu, un nombre compris entre 3^h et $4^h 30^m$ et pour la déclinaison δ, la relation $\frac{1}{2}\frac{v^2}{V^2}\sin 2\delta = 0'',65$ $\left(\frac{v}{V}\right.$ rapport de la vitesse de la Terre à celle de la lumière$\left.\right)$; ce qui donne, avec $\delta = 45°$, $v = 750$ km : sec.

Toutefois, des réserves doivent être faites quant à l'interprétation physique du coefficient qui, égalé à $\frac{1}{2}\frac{v^2}{V^2}$, fournit le calcul de v.

POUSSÉE DES TERRES. — *Sur une solution du problème du mur soutenant un massif pulvérulent.* Note (²) de M. R. Baticle, transmise par M. J. Boussinesq.

Nous nous proposons, à l'aide de deux intégrales particulières du système des équations différentielles d'équilibre du massif, de donner une solution du problème du mur soutenant un massif pulvérulent à surface libre plane, l'angle de frottement du massif sur le mur étant supposé égal à l'angle de frottement intérieur.

En utilisant la méthode suivie par M. Boussinesq (³), puis par M. Guillaumin (⁴), on obtient le système d'équations différentielles suivant :

$$P\sin(2\chi - 2\theta) - P'[\cos(2\chi - 2\theta) - \sin\varphi] = \varpi\sin(2\chi - \theta),$$
$$P\cos^2\varphi + 2P\sin\varphi\chi'[\cos(2\chi - 2\theta) - \sin\varphi] = \varpi[\cos\theta - \sin\varphi\cos(2\chi - \theta)].$$

(¹) R. Innes, *Circular* n° 63, 1925, *of the Union Observatory* (South africa).
(²) Séance du 7 avril 1926.
(³) *Comptes rendus*, 164, 1917, p. 698.
(⁴) *Comptes rendus*, 168, 1919, p. 818.

Dans ces équations, on a pris comme axe des x la verticale descendante et comme axe des y l'horizontale dirigée vers l'intérieur du massif, l'origine étant la trace de l'arête du mur; χ désigne l'azimut de la plus grande en valeur absolue des deux pressions principales, φ l'angle de frottement, ϖ le poids spécifique de la masse pulvérulente. On appelle P le quotient de la pression moyenne p par le rayon vecteur r et l'on suppose que χ et P ne dépendent que de l'angle polaire θ.

On sait que ce système est satisfait par la solution de Rankine :

$$\chi = \text{const.} = \chi_0 \quad \text{et} \quad P\cos^2\varphi = \varpi[\cos\theta - \sin\varphi\sin(2\chi_0 - \theta)].$$

La condition à la surface libre $\left(\theta = i + \frac{\pi}{2}\right)$ est satisfaite si l'on choisit χ_0 de telle sorte qu'on ait

$$\sin i = \sin\varphi\sin(2\chi_0 - i).$$

Or, on a une autre solution particulière en prenant

$$2\chi = \frac{\pi}{2} - \varphi + 2\theta,$$
$$P\cos\varphi = \varpi\cos(\varphi - \theta).$$

Les deux valeurs de P sont égales pour un angle θ_1 tel que l'on ait

$$\cos\theta_1 = \sin\varphi\cos(2\chi_0 - \theta_1) = \cos\varphi\cos(\varphi - \theta_1),$$

c'est-à-dire

$$\sin(\varphi - \theta_1) = \cos(2\chi_0 - \theta_1) \quad \text{ou} \quad \theta_1 = \chi_0 - \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right).$$

θ_1 est la direction de rupture de la solution de Rankine.

Il résulte de là qu'on satisfait aux équations indéfinies et à la condition à la surface libre en prenant :

1° $\chi = \chi_0$ entre $\theta_0 = i + \frac{\pi}{2}$ et $\theta_1 = \chi_0 - \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$,

2° $\chi = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} + \theta$, pour $\theta < \theta_1$.

Or cette dernière relation exprime que l'action moléculaire s'exerçant sur le rayon vecteur fait avec la normale à celui-ci l'angle φ, ce qui est précisément la condition à la paroi du mur.

Donc le long du mur ($\theta = \alpha$) la pression moyenne est

$$p = \varpi r\frac{\cos(\varphi - \alpha)}{\cos\varphi}.$$

La composante normale de la poussée est

$$n = \varpi r \cos\varphi \cos(\varphi - \alpha)$$

et, la composante tangentielle,

$$t = n \operatorname{tang}\varphi = \varpi r \sin\varphi \cos(\varphi - \alpha).$$

La valeur de la poussée est donc indépendante de l'inclinaison de la surface libre.

Dans la portion du massif comprise entre α et θ_1, les lignes de rupture sont les rayons issus de l'origine et les spirales logarithmiques faisant avec ceux-ci l'angle $\frac{\pi}{2} - \varphi$.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Expériences sur l'effet Magnus.* Note de MM. Turpain et Bony de Lavergne, présentée par M. J. Perrin.

On a proposé de mettre cet effet en évidence par la rotation d'un cylindre léger sur un plan incliné. Il tombe en se rapprochant de la verticale (M. E. Belot, *Technique Moderne*, 1er avril 1925). Le frottement du cylindre sur le plan est alors loin d'être négligeable.

Nous avons réalisé les dispositifs simples suivants qui permettent des mesures précises :

Premier dispositif. — Un cylindre de carton léger ($l = 32^{cm}$; $d = 5^{cm},6$), d'axe armé de 2 épingles, glisse sur deux rails de verre ($l = 1^{m},40$) inclinés sur l'horizon d'un angle α variable. Le calcul indique, dans les conditions de l'expérience $\alpha = 33^\circ$ pour le maximum d'amplitude A, au sol, de la parabole de chute *sans rotation*. Cette amplitude varie, très lentement, au voisinage de ce maximum. La rotation s'obtient en enroulant un fil sur le cylindre. Ce fil, retenu en haut des rails de verre, impose au cylindre une rotation, dont le sens change avec le sens d'enroulement du fil. Le frottement d'épingle d'acier sur tube de verre est tout à fait négligeable. La vitesse de rotation varie pour un même cylindre en pratiquant l'enroulement du fil sur d'étroites poulies de bois léger, collées au cylindre et de diamètre moindre. Résultats : $\alpha = 44^\circ$; h, hauteur de chute $-1^{m},60$; $A = 70^{cm}$; A_d, déplacement vers la verticale, pour rotation directe (celle que prendrait le cylindre s'il roulait naturellement sur un plan); $A_d = 10^{cm}$; A_i, déplacement inverse $= 18^{cm}$; Effet Magnus $A_d + A_i = 28^{cm}$ (vitesse obtenue par enroulement du fil directement sur le cylindre, nombre n de

tours du fil, $n = 7,75$). Le même fil enroulé sur poulie latérale ($d = 2^c,4$; $n = 18$), $A_d + A_i = 34^{cm}$.

Deuxième dispositif. — On suspend à h du sol, et à 10^{cm} l'une de l'autre deux sphères de celluloïd identiques ($d = 9^{cm},5$), munies d'axes en bois léger, de diamètres d' identiques, sur lesquels est enroulé le même fil de suspension. Les enroulements sont de sens contraire. Pour un observateur couché sur le sol, regardant suivant la verticale de chute, la rotation a lieu, pour les points de la surface des sphères en regard, dans un sens qui porte ces points *vers* l'observateur. Dès l'instant que les sphères abandonnent, ensemble, le fil de suspension et d'enroulement, les rotations, inverses, qu'elles possèdent, les éloignent l'une de l'autre [1] et chacune de leur verticale de chute. Ces écarts identiques, pour d et d' identiques, mesurent l'effet Magnus. — On fait varier la vitesse en modifiant d'. — Poids des axes a et des sphères s : $s = 16^g,2$; $15^g,8$; $15^g,45$; $a = 0^g,8$ ($d' = 0^c355$); $1^g,7$ ($d' = 0^c,252$); $2^g,8$ ($d' = 0^c,655$); $3^g,5$ ($0^c,27$). Le calcul montre que le moment d'inertie de l'axe est négligeable devant celui de la sphère.

La mesure des temps t de déroulement d'un même fil armant des sphères d'axes différents, permet celle du bras d'inertie k car

$$t^2 : t'^2 = (\pi : g + k : a^2) : (\pi : g + k : a'^2);$$

et celle de la vitesse angulaire ω de rotation car

$$\omega . a = [\pi : (m + k : a^2)] . t.$$

Le calcul indique que le temps du déroulement d'un fil de longueur l est donné par $t^2 = 2l(1 : g + K : \pi a^2)$ vérifié par l'expérience.

Résultats :

Hauteur de chute	$h = 2^m,42$;	$l = 26^{cm}$;	$a = 0^c,355$;	écart $= 30^{cm}$
»	$h = 3^m,83$;	$l = 36^{cm}$;	$a = 0^c,360$;	» 66^{cm}
			$a = 0^c,655$;	» 77^{cm}

Troisième dispositif. — Une sphère de celluloïd est cerclée d'un mince anneau de fer-blanc, l'axe se termine par une pointe et un chas d'aiguille, lequel permet de la suspendre, par un fil, au centre d'un champ tournant triphasé. Pour une vitesse suffisante on brûle le fil; la sphère tombe, de quelques millimètres, sur un miroir sphérique concave enfumé dont le tore magné-

---

[1] Si les enroulements du fil étaient inversés sur chaque axe, les sphères tomberaient en se choquant à moins qu'elles n'aient été suspendues éloignées. Elles se rapprocheraient alors en tombant au lieu de s'éloigner.

tique réalisant le champ tournant occupe les bords. On peut ainsi relever avec une grande précision : 1° le tracé du trajet de la sphère tournante sur le miroir. Un raisonnement simple indique une spirale logarithmique droite ou gauche suivant le sens du champ (vérifié par l'expérience); 2° le tracé du trajet de la sphère, amené à sa position de rotation stable, au pôle le plus bas du miroir, sous l'influence d'un courant d'air régulier (moteur électrique). En laissant la sphère revenir au centre (courant d'air supprimé) et en inversant le champ, on mesure, avec précision, l'effet Magnus sur les tracés obtenus. La vitesse de rotation de la sphère est observée *stroboscopiquement*, et sa constance démontrée, par l'éclairement, dans l'obscurité, au moyen des rayons d'une lampe au néon concentrés sur un trait blanc sur fond noirci porté par l'anneau de fer, la lampe au néon étant entretenue *par le même courant alternatif* qui anime le champ tournant.

On peut encore suspendre la sphère dans le champ par un mince fil (grège) armé d'une très légère chape. Le miroir, réfléchissant, permet de préciser les relevés au goniomètre des angles d'écarts dus à l'effet Magnus, pour un vent identique sur la sphère animée de rotations inverses.

La même observation stroboscopique est applicable au relevé des trajectoires de chute des cylindres et sphères des deux premiers dispositifs.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Sur la nature des rayons X mous.* Note de M. A. **Dauvillier**, présentée par M. M. de Broglie.

Dans une Note récente [1] nous avons accessoirement montré que les rayons X mous dépendaient beaucoup — contrairement à un résultat précédemment obtenu par M. Holweck [2] — qualitativement et quantitativement de la nature de l'anticathode et qu'ils étaient surtout constitués de rayons caractéristiques. M. Holweck [3], revenant sur ce sujet, n'a cependant pas, dans ses plus récentes expériences, constaté ce fait et voit, dans la discontinuité observée à 280 volts, une inexplicable « anomalie de transparence » du celluloïd, attribuée à la bande K du carbone.

Nous avons effectué de nouvelles mesures avec des anodes de molybdène et de tantale, en vue de rechercher la véritable nature de ce phénomène. On pourrait tout d'abord penser qu'il s'agit d'nne ionisation supplémen-

(1) *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 575.
(2) *Thèse* (Paris, 1922).
(3) *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 779.

taire due à l'effet photo-électrique K du carbone du celluloïd et nous avons pu, dans certains cas, mettre cet effet en évidence en faisant varier le potentiel de la cathode et la polarité dans la chambre d'ionisation. Cependant, la discontinuité est tout aussi nette lorsque le film étanche est recouvert d'une feuille d'or impénétrable aux photo-électrons et c'est pour cette raison que nous l'avons précédemment attribuée à l'apparition de rayons X caractéristiques, en fait, les rayons $N_{6.7}$ du tungstène. Nous basant sur la coïncidence des courbes d'émission du tungstène et du carbone observées par M. Holweck, nous avons aussi suggéré [1] l'existence constante d'une « anticathode » de carbone dans ses expériences et indiqué deux mécanismes susceptibles de rendre compte de ce résultat, en particulier que ces rayons K du carbone, apparaissant dans le rayonnement du tungstène, étaient dus au bombardement de la fenêtre de celluloïd par les électrons secondaires.

M. Holweck a réfuté cette possibilité en montrant que la discontinuité demeure lorsqu'une feuille d'aluminium battu est insérée sur leur trajet. Il faut cependant remarquer qu'un écran de ce genre n'est guère autre chose qu'une « grille » pour des électrons. Des expériences effectuées en disposant une feuille d'or devant le film nous ont montré que la discontinuité disparaissait dans ces conditions, en faisant place, au contraire, à une *absorption* supplémentaire et justifiant ainsi l'hypothèse formulée. Celle-ci est aussi vérifiée par le fait que l'importance de la discontinuité d'émission dépend de la nature de l'anode : également forte avec W et Ta, elle est moins accentuée avec Mo et disparaît avec C. [2] Or on sait que l'émission électronique secondaire augmente rapidement avec le nombre atomique du diffuseur en présentant la même limite de vitesse maxima.

Les grandes variations de rendement que nous avons signalées en fonction de la pression s'expliquent du même coup par l'hypothèse des couches gazeuses adsorbées réduisant l'émission secondaire.

Il paraît donc établi que dans les expériences de M. Holweck aussi bien que dans nos premières mesures, effectuées pourtant avec des appareils tout différents, la source de rayonnement était autant [3] la fenêtre trans-

---

(1) *Bulletin de la Société française de Physique*, 5 mars 1926.

(2) Le fait qu'elle apparaît à 295 volts avec une anticathode de graphite, au lieu de 280 avec une de celluloïd, peut provenir d'une différence d'énergie du niveau K dans les deux états du carbone.

(3) Dans une mesure variable et inconnue, dépendant de l'appareil, de la nature de l'anode, de la vitesse des électrons et de la pression du gaz.

parente que l'anode du tungstène elle-même; que l'« anomalie » à 280 volts correspond à l'émission des *rayons K* du carbone; que le véritable rayonnement du tungstène ne pourra être définitivement étudié que grâce à un dispositif magnétique ou électrostatique protecteur; que les éléments solides légers, tout au moins, émettent des rayons caractéristiques intenses lorsqu'ils sont bombardés par des électrons et que les rayons X mous étudiés jusqu'à ce jour en sont principalement constitués (rayons L et K de C, N et O du celluloïd) dans la proportion précédemment indiquée.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Fluorescence à longue durée des sels d'urane solides et dissous.* Note de M. **Francis Perrin**, présentée par M. Jean Perrin.

I. Les sels d'uranyle cristallisés par une lumière violette, présentent une luminescence verte très vive dont la durée est assez grande pour pouvoir être observée au phosphoroscope, tandis que celle de la luminescence plus faible des solutions de ces mêmes sels n'a pas pu être décelée de cette manière, et a par suite une durée beaucoup plus courte. On a en général attribué cette différence à une action directe de l'état solide sur la nature et la durée de la luminescence, considérée comme une phosphorescence brève dans le cas des sels solides et comme une fluorescence dans le cas des solutions.

Il semble cependant (Jean Perrin) qu'on ne doive pas distinguer la fluorescence de la phosphorescence par une persistance d'émission plus ou moins grande, mais par l'action des variations de température et des radiations infrarouges. A ce point de vue la luminescence des sels d'uranyle, même solides, doit être considérée comme une vraie fluorescence.

Or, tandis que pour les phosphorescences il n'y a pas de relation entre le rendement et la durée d'émission, dans le cas des fluorescences la vie moyenne τ des molécules dans l'état excité doit être, pour une même substance, proportionnelle au rendement lumineux ρ (1)

$$\tau = \tau_0 \rho. \tag{1}$$

On pouvait penser par suite que dans le cas des sels d'uranyle dissous la durée d'émission est très petite simplement parce que le rendement lumineux est très inférieur à ce qu'il est pour les sels solides, mais que

---

(1) Francis Perrin, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 219.

cette durée serait moins diminuée pour les solutions qui réémettent le plus de lumière.

II. Parmi les solutions des sels d'uranyle celle du sulfate dissous dans l'eau en présence d'un excès d'acide sulfurique était indiquée comme la plus fluorescente. J'ai constaté qu'en dissolvant le sulfate d'uranyle dans l'acide sulfurique pur (66° B.) on obtient une solution encore beaucoup plus fluorescente et dont le rendement est seulement quatre ou cinq fois plus petit que pour le sel cristallisé.

Cette solution dont la viscosité n'est que vingt fois plus grande que celle de l'eau donne cependant, comme il était prévu, une luminescence durable très visible au phosphoroscope et correspond à une vie moyenne d'environ $\frac{1}{2000}$ de seconde, à peu près quatre fois plus courte seulement que pour le sel cristallisé, ce qui vérifie bien comme ordre de grandeur la relation (1).

Ainsi la rigidité du milieu n'agit pas directement sur la durée de luminescence des sels d'uranyle, qui peut être grande même dans une solution liquide, et ne dépend que du rendement lumineux.

Ce résultat confirme l'idée que la luminescence des sels d'uranyle est une *fluorescence à longue durée*, analogue par ailleurs aux fluorescences brèves des matières colorantes, telles que la fluorescéine, pour lesquelles la vie moyenne est seulement de quelques milliardièmes de seconde [1].

III. La grande différence de durée entre ces deux types de fluorescence devrait correspondre à une différence inverse mais aussi grande de l'intensité des bandes d'absorption [1]. L'absorption des sels d'uranyle est en effet beaucoup plus faible que celle des matières colorantes, mais paraît cependant plus forte qu'il ne faudrait pour expliquer une durée d'émission de l'ordre du millième de seconde.

IV. Un caractère remarquable, déjà signalé, de la fluorescence des sels d'uranyle en solution est d'être supprimé par l'addition de certaines substances de nature très diverses (sels halogénés, acides organiques, etc.). Dans le cas de la solution sulfurique de sulfate d'uranyle, il suffit de traces, de l'ordre du dix-millième, d'acide chlorhydrique ou d'alcool pour diminuer beaucoup la fluorescence. Je pense que ces actions sont à rapprocher de l'affaiblissement, purement physique aussi, des fluorescences des matières colorantes par les solutions concentrées de certains sels (iodures, sulfures, etc.); mais elles indiquent une beaucoup plus grande probabilité

---

[1] F. Perrin, *loc. cit.*

de désactivation sans émission de lumière, pour des molécules activées à vie moyenne très longue, par la présence de certains ions ou groupements moléculaires (probablement peu rigides).

CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherches sur le sulfure de diphénylène.* Note [1] de MM. **Ch. Courtot** et **C. Pomonis**, présentée par M. Ch. Moureu.

Le diaminodiphénylènesulfure décrit dans notre précédente Note [2], fus. 177°, est nettement différent de la thiobenzidine brevetée par Dahl [3], résine jaune, incristallisable et à laquelle nous ne savons pour quelles raisons Friedländer, dans son Recueil de brevets (t. 1, p. 504), attribue la formule

$$\begin{matrix} C^6H^4 - NH^2 \\ | \quad \rangle S \\ C^6H^4 - NH^2 \end{matrix}$$

que l'on trouve répétée dans les traités de matières colorantes, en la développant et la présentant comme un diamino-2.2′-diphénylènesulfure. Or, si la genèse et l'analyse de notre dérivé (fus. 178°) semblent bien indiquer que nous avons affaire à un diaminodiphénylènesulfure, il n'en est pas de même de la thiobenzidine, à laquelle Dahl (*loc. cit.*) attribue une formule de constitution analogue à la thioaniline de Merz et Weith, car, d'après ses analyses, 2^{mol} de benzidine sont unies à 1^{at} de soufre.

D'autre part, le chauffage du soufre et de la benzidine donne encore naissance à un produit différent de celui de Dahl, si l'on fait varier la proportion de soufre. Ainsi Watson [4], en chauffant la benzidine avec 4^{at} de soufre (alors que Dahl en employait 2), obtient une thiobenzidine dont la constitution reste à démontrer et qui correspond à la formule $C^{12}H^{10}N^2S^{1,43}$ (?). Tout le soufre suit la base dans la diazotation et la copulation ultérieures.

O. Lange, Widmann et Wennerberg [5] sont d'accord avec nous pour

(1) Séance du 22 mars 1926.
(2) *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 893.
(3) D. R. P., 38795, Fdl., 1, 1886, p. 504.
(4) *Chem. Soc. Trans.*, 121, 1922, p. 2418.
(5) D. R. P., 330833, Fdl., 13, 1920, p. 262.

mettre en doute la formule proposée pour la thiobenzidine et il semble bien que nous décrivions pour la première fois des dérivés aminés du diphénylènesulfure. Il restait cependant à montrer dans quelles positions se trouvent les deux groupes aminogènes.

Or la constitution du sulfure de diphénylène étant admise (formule I) en particulier par lès travaux de Lange, Widmann et Wennerberg (*loc. cit.*) on sait, depuis le travail de Weissgerber mentionné par O. Kruber [1], que la diphénylènesulfone, soumise à la fusion alcaline, conduit à l'orthohydroxydiphényle (formule II). D'autre part, Griess et Duisberg [2] ont transformé la benzidinesulfone en diaminohydroxydiphényle (point de fusion non déterminé). Il était donc à prévoir qu'en oxydant le dérivé diacétylé du diaminodiphénylènesulfure en sulfone correspondante et en fondant celle-ci avec les alcalis, on obtiendrait un diaminohydroxydiphényle. C'est ce que l'expérience vérifie et l'on obtient un diaminohydroxydiphényle $f = 226$-227° identique à celui de Jacobson et Hönigsberger [3] dont la constitution est établie et qui répond à la formule III. Nous l'avons du reste condensé avec 2^{mol} d'aldéhyde anisique et l'on obtient le produit de formule IV, fusible, comme celui des savants allemands, à 201-202°. Il s'ensuit que, dans notre diaminodiphénylènesulfure, les groupes aminogènes sont en para de la liaison diphénylique et que le 2.2'-diaminodiphénylènesulfure n'est pas la thiobenzidine de Dahl, mais notre dérivé $f = 178^{\circ}$ (formule V).

S
(I).

OH
(II).

H^2N — NH^2
OH
(III).

CH^3O — — $CH = N$ —
CH^3O — — $CH = N$ —
(IV).

H^2N S NH^2
(V).

Nous poursuivons l'étude de cette série en vue de l'obtention des dérivés sulfo-nitrés.

---

[1] *Ber.*, 53, 1920, p. 1566.
[2] *Ber.*, 22, 1889, p. 2467.
[3] *Ber.*, 36, 1903, p. 4113.

GÉOLOGIE. — *Sur la stratigraphie cristallophyllienne du massif du Pilat, près Saint-Étienne.* Note (¹) de M. A. DEMAY, présentée par M. Pierre Termier.

L'étude détaillée des gneiss granulitiques du massif du Pilat, qui fut imposée par les recherches tectoniques, m'a permis de distinguer dans cet ensemble complexe plusieurs horizons continus. La série cristallophyllienne comprend ainsi au-dessus du granite et du gneiss granitoïde de base les termes suivants : gneiss œillés inférieurs, gneiss granulitiques à grain fin, gneiss à mica noir et amphibolites de Pouyardière, gneiss œillés moyens, gneiss à mica noir des Fonds, gneiss œillés supérieurs, gneiss et micaschistes à mica noir, micaschistes quartzeux et séricíteux.

Les *gneiss œillés inférieurs* ont été suivis depuis la vallée du Cotatey au sud de Saint-Étienne jusque sur la rive gauche du Rhône. Ils constituent de beaux escarpements sur les deux flancs de la vallée du Run au nord du Bessat et au pic des Trois-Dents où ils sont à demi granulitisés. La bande s'amincit et semble même disparaître dans la région de Pavezin. La découverte de bancs puissants sur les flancs de la cote 764 au nord de la Chapelle et au Mont-Monnet a montré que les gneiss œillés inférieurs type Trois-Dents se poursuivaient bien au delà du Mont-Pilat. Masqués par la granulitisation sur le plateau d'Arbuel, ils reparaissent au nord de Condrieu sur les deux rives du Rhône. *L'importance et la continuité de cet horizon sont établies sur plus de 40*^{km}.

Les *gneiss granulitiques à grain fin* ont été suivis sur environ 13^{km} entre Planfoy et Doizieu. A leur sommet, il y a alternance des faciès et passage continu aux gneiss feuilletés à mica noir de Pouyardière. Leur disparition à l'est de Doizieu et le développement d'un faciès analogue sur le plateau d'Arbuel s'accordent avec l'hypothèse de la granulitisation, que suggère l'étude pétrographique. *La régularité de l'imbibition à la base des gneiss de Pouyardière leur a donné, dans une certaine zone, les caractères d'un horizon.*

L'horizon des amphibolites de Pouyardière a été suivi à la base des gneiss de Pouyardière sur environ 7^{km}. L'épaisseur des bancs, la nature des gneiss associés et celle des horizons supérieurs et inférieurs le

(¹) Séance du 7 avril 1926.

distinguent nettement des autres passages d'amphibolites. Dans la zone comprise entre la Barbanche et les Sagnes, où les affleurements sont nombreux et les vallées très creuses, cette observation a mis en évidence le dessin complexe des affleurements, facilité les raccords pour l'ensemble du Cristallophyllien et pour les écrasements, et éclairé ainsi la tectonique de cette zone et par répercussion celle des zones voisines où cet horizon-repère n'existe pas.

La continuité des *gneiss à mica noir de Pouyardière* a été établie sur une quarantaine de kilomètres. Dans une zone étendue, ils couronnent les gneiss granulitiques à grain fin. Ils sont toujours intercalés entre les gneiss œillés inférieurs et moyens et comprennent en général, à la base, des gneiss feuilletés et, au sommet, des gneiss compacts ou même granitoïdes dont le faciès est analogue à celui du gneiss granitoïde de base, par exemple au-dessus de la loge de Brias, près de Pouyardière et sur la crête du Pilat au nord de l'Œillon. Ils se complètent parfois à leur base par une série de gneiss compacts ou granitoïdes que les gneiss œillés inférieurs séparent du gneiss de base.

Les *gneiss œillés moyens* ont été suivis depuis Rochetaillée jusqu'à l'est de Doizieu sur plus de 25^{km}.

Les gneiss à mica noir des Fonds, assez feuilletés au sommet, deviennent plus compacts à la base et semblent passer aux gneiss œillés moyens. Cet horizon, bien défini à l'Ouest par les termes qui l'encadrent, a été suivi par continuité, avec des limites qui sont surtout d'ordre tectonique, au total sur une quarantaine de kilomètres.

Les *gneiss œillés supérieurs* ont été suivis depuis Rochetaillée jusqu'au Planil, sur une dizaine de kilomètres. Dans la même zone on observe à leur sommet des gneiss à mica noir qui les relient aux micaschistes.

Dans la série qui vient d'être définie, les faciès granulitiques tiennent une place importante : granulite franche dans les gneiss de base, gneiss œillé granulitique et granulite franche ou gneissique dans les gneiss œillés inférieurs et moyens, gneiss granulitique à grain fin à la base des gneiss de Pouyardière qui, au-dessus de ce contact, ont été en général épargnés. Sauf dans les régions de Planfoy, du Mont-Monnet et du plateau d'Arbuel, les gneiss granulitiques au sens strict jouent un rôle moindre dans les termes supérieurs où apparaissent seulement des amas et des bancs interstratifiés de granulite franche.

L'étude stratigraphique a montré que, dans un même horizon, le développement du faciès granulitique varie sensiblement. La granulitisation, qui

est très étendue dans la région du Mont-Pilat, a joué un rôle insignifiant entre le Mont-Pilat et Sainte-Croix et s'est développée au contraire avec intensité à l'est de Pavezin. Il n'est pas douteux que les gneiss à mica noir passent latéralement aux gneiss granulitiques.

En résumé, l'étude stratigraphique confirme pour la genèse des *gneiss granulitiques* les conclusions pétrographiques. Elle aboutit à la *distinction d'horizons continus* qui se succèdent dans un ordre déterminé. Les gneiss granulitiques comprennent *trois zones de gneiss œillé* et *deux zones principales de gneiss à mica noir*, ainsi que les produits de leur transformation par le métamorphisme granulitique. On observe à un niveau élevé du Cristallophyllien, au-dessus des gneiss œillés inférieurs, des gneiss granulitiques à grain fin et des gneiss feuilletés de Pouyardière, un *faciès analogue à celui du gneiss granitoïde de base*. Ces résultats, qui permettent de discuter le mouvement relatif des différents termes, semblent devoir rester acquis, quelle que soit la solution admise au point de vue tectonique.

GÉOLOGIE. — *Sur les éléments des deux tectoniques, hercynienne et alpine, observables dans la protogine du Mont-Blanc.* Note de MM. **Paul Corbin** et **Nicolas Oulianoff**, présentée par M. Émile Haug.

Notre étude du massif du Mont-Blanc, sur les résultats de laquelle nous avons déjà fait paraître plusieurs publications, nous amène maintenant à la question délicate de l'orientation de la protogine. Malgré son importance, cette question a été négligée par les observateurs qui nous ont précédés.

Le travail le plus considérable qui traite de la tectonique de l'intérieur du massif est celui de J. Vallot. En 1897, il constate l'existence, dans la protogine, de zones à schistes cristallins et il croit pouvoir formuler la conclusion suivante : « Le Mont-Blanc est constitué par une série de plis parallèles très aigus, dirigés du Nord-Est au Sud-Ouest et plongeant tous au Sud-Est. » J. Vallot a rompu avec la tradition qui considère la partie centrale du massif du Mont-Blanc comme un culot granitique plus ou moins uniforme dans sa constitution. Là est son mérite. Mais sa construction tectonique est basée sur une fausse idée fondamentale, celle du parallélisme des plis hercyniens avec les plis alpins (synclinal complexe de la vallée de Chamonix).

Nos recherches détaillées nous conduisent à une conception tout à fait nouvelle. En parcourant la partie centrale du massif, on constate facilement l'hétérogénéité de la protogine. A part le granite (sans aucune orien-

tation de cristaux) et la protogine à grands cristaux de feldspath orientés, on rencontre des zones riches en enclaves et d'autres encore caractérisées par l'écrasement de la protogine, transformée parfois en mylonite fine.

Les zones à enclaves présentent un aspect tout à fait remarquable : les enclaves ont, pour la plupart, la forme de lentilles, leurs sections les plus grandes étant presque verticales et leurs diamètres les plus grands uniformément orientés. Sur les surfaces rocheuses polies par les glaciers, presque toutes les enclaves montrent la même direction : on dirait des aiguilles aimantées. La protogine dans laquelle nagent ces enclaves est ordinairement caractérisée par de grands et nombreux cristaux de feldspath. Or ces derniers sont, eux aussi, uniformément orientés et ils tracent, par la position moyenne de leurs axes d'allongement, la même direction que les enclaves, c'est-à-dire N-S à N 10° E.

Les zones riches en enclaves sont les restes des fonds de synclinaux hercyniens que le granite, pendant sa mise en place, n'a pas complètement digérés. Ces directions hercyniennes dans la protogine fournissent un nouveau et puissant argument en faveur de nos idées sur les relations directes du massif du Mont-Blanc avec celui des Aiguilles-Rouges, idées que nous avons déjà exprimées à plusieurs reprises.

En outre et sans aucune relation avec les zones à enclaves, on peut observer, dans la protogine, une autre série de formations schisteuses.

Une étude attentive permet de constater que ces schistes sont d'une nature tout autre que les enclaves citées plus haut. En effet, ces schistes ne sont que les différents termes d'écrasement de la protogine. La direction de ces dernières zones est parallèle au synclinal complexe de Chamonix, c'est-à-dire qu'elle se rapproche de la direction NE. Les zones à mylonite, montrant la direction NE, sont des plans d'écrasement de la protogine résultant de l'action de la poussée orogénique alpine.

Ainsi les deux directions des phénomènes que les mouvements orogéniques alpins et hercyniens ont déterminés au sein de la protogine se croisent sous l'angle approximatif de 35°-45°.

Le déplacement réciproque des lames de protogine suivant les plans de cassures pendant le mouvement alpin a déterminé la rupture de la continuité des zones à enclaves (zones de l'âge hercynien), dont le raccordement, à travers des largeurs considérables de glaciers, devient par trop délicat et compliqué, voire impossible.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les solvants des tannins.* Note (¹) de M. **Michel-Durand**, présentée par M. Molliard.

On a vu (²) que l'acétone, bon solvant des tannins libres, ne dissout le plus souvent qu' une fraction des principes tanniques contenus dans les plantes supérieures. J'ai rapporté la solubilisation incomplète des tannins dans l'acétone à la coagulation du complexe tannique sous l'influence de ce liquide, complexe désagrégé par l'eau; si cette hypothèse est exacte : 1° les tannins solubles dans l'acétone sont aussi solubles dans l'eau qui serait un des meilleurs solvants des principes tanniques ; 2° réciproquement les tannins solubles dans l'eau doivent se dissoudre dans l'acétone.

Pour résoudre la première partie du problème, j'ai traité différents tissus avec les liquides couramment employés dans ce genre d'extraction, c'est-à-dire l'éther, l'alcool, l'acétone, l'eau chaude, soit isolément, soit successivement. Dans certains cas seulement j'ai terminé la série des épuisements par la glycérine à 120°, cet alcool disloquant énergiquement la membrane moyenne des cloisons cellulaires; les dosages ont été effectués par la méthode Carpeni Sixley; les résultats sont exprimés en centimètres cubes de solution de permanganate de potassium à 5 pour 1000.

Des lots de 4^g de chacun des tissus végétaux suivants ont été traités par les systèmes de solvants énumérés ci-dessus. En face de chaque système de solvants se trouvent, sur une même ligne horizontale, les nombres obtenus avec les lots considérés. Les lots de même nature sont placés en ligne verticale en face du système de solvants qui a agi sur eux.

Systèmes de solvants employés (³).	Nature des tissus traités. Bois de châtaignier frais.	Bois de châtaignier épuisé.	Glands du chêne.	Sarments de vigne.
1° Éther-acétone-eau à 100°-alcool 90°-glycérine....	347-348	49-54	//	//
2° Éther-acétone-alcool-eau.	//	//	//	29-30
3° Acétone-alcool-eau.......	365-368	52-61	//	//
4° Éther-acétone-eau.......	//	//	90	//
5° Éther-eau.............	//	//	90	//
6° Acétone-eau...........	364-367	//	100	31-33
7° Eau à 100°.............	344-351	54	95	30-31

(¹) Séance du 7 avril 1926.

(²) Michel-Durand, *De l'état des tannins dans la cellule végétale*, 178, 1924, p. 586.

(³) Chaque système est énuméré dans l'ordre où les liquides ont agi sur les tissus.

De ces résultats on peut conclure que :

1° De tous les liquides employés pour l'extraction des tannins l'eau est le solvant qui donne le meilleur rendement;

2° La somme des tannins enlevés par l'acétone et par l'eau est égale à la somme des tannins dissous par les épuisements successifs à l'eau bouillante seule;

3° Quel que soit le système de solvants employé et l'état de lignification des organes, l'eau bouillante employée seule dissout autant de tannin que l'ensemble des solvants considérés agissant successivement sur les tissus étudiés;

4° Le traitement industriel du bois est fort imparfait et une proportion de tannin qui peut atteindre 2 pour 100 reste dans la pulpe; mais un épuisement aqueux supplémentaire suffirait pour enlever ce tannin, il s'agit de savoir si ce rendement serait rémunérateur.

En résumé, *les tannins solubles dans l'alcool, l'acétone sont aussi solubles dans l'eau; l'emploi des liquides successifs dans l'extraction, y compris l'éther, n'augmente en aucune façon le rendement en principes tanniques.*

Les tannins solubles dans l'eau sont-ils solubles dans l'acétone?

Du bois de châtaignier, épuisé à l'acétone, est traité par l'eau bouillante; la solution obtenue concentrée dans le vide, est versée dans l'acétone. Il se forme un précipité colloïdal qui flocule lentement mais *incomplètement*. Le liquide cétonique *légèrement opalescent*, décanté, distillé dans le vide, évaporé à sec donne un résidu qui, repris par de l'acétone, cède la moitié de son tannin. La présence d'une petite quantité de substance absorbante retient probablement le reste. Le précipité obtenu dissous dans l'eau, remis en présence des principes tanniques, les rend insolubles dans l'acétone; ce solvant se comporte de la même façon vis-à-vis du résidu obtenu en concentrant à sec dans le vide l'extrait aqueux primitif. Donc *les tannins solubles dans l'eau sont en partie solubles dans l'acétone*.

Ces résultats sont en désaccord avec les conclusions des recherches sur les tannins des sarments de vigne effectuées par M. Picard [1]. Les causes de cette divergence sont dues à la technique employée par cet auteur.

1° M. Picard considère l'éther ordinaire comme un solvant des tannins; or, l'insolubilité de ces substances dans l'oxyde d'éthyle anhydre est un fait bien connu depuis Pelouze et appliqué dans la purification industrielle des principes tanniques;

---

[1] F. Picard, *Observations sur la solubilité des tannins et leur extraction chez les végétaux* (*Comptes rendus*, 179, 1924, p. 480).

2° Les principes aromatiques entraînés par l'éther, en particulier les acides gallique et protocatéchique, considérés comme tannins par M. Picard, sont en général *peu solubles dans l'eau tiède, solubles dans l'eau bouillante, très solubles dans l'éther.* Des tissus aussi fortement lignifiés que les sarments de vigne cèdent facilement ces substances à l'éther dans un appareil de Soxhlet; j'ai obtenu le même résultat par des épuisements successifs et prolongés à l'eau bouillante; mais *dans une allonge*, suivant le procédé employé par M. Picard, l'eau se refroidit rapidement et n'entraîne plus que de faibles quantités de ces composés phénoliques.

Un épuisement plus complet des tissus, une méthode de dosage plus sensible, auraient amené M. Picard aux conclusions exposées dans la présente Note.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Échanges gazeux chez les Algues brunes de la région arctique découvertes à mer basse.* Note de M. **Th. Krascheninnikoff**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Lors d'un séjour à l'île Kildine (Océan glacial), du 1er au 12 août, j'ai essayé, en collaboration avec N. Sokovnina, de mesurer l'intensité de l'assimilation des Phéophycées qui restent exposées à l'air à mer basse, et celle de leur respiration. Comparativement, j'ai déterminé l'intensité de l'assimilation de quelques plantes terrestres. Des recherches de ce genre peuvent fournir des données sur les conditions du développement des algues brunes à l'extrême Nord, où, malgré une température peu élevée, ces plantes croissent en abondance.

Pour les déterminations, j'ai utilisé, en le modifiant légèrement, l'appareil proposé en 1869 par le professeur Timiriazeff, où l'analyse des gaz se fait selon la méthode employée par Boussingault pour l'étude des échanges gazeux des feuilles.

Les expériences ont porté sur un *Fucus sp.* restant longtemps hors de l'eau à chaque reflux, sur *Laminaria saccharina* et *L. digitata* mis à découvert par les grandes marées, et sur *Chorda filum* retiré de l'eau.

Tableau I. — *Assimilation dans de l'air additionné de CO^2.*

Nom de la plante.	Surface.	Poids sec.	Nébulosité.	Température.	Quantité de CO^2 ajoutée		V^0_{760} du mélange gazeux		CO^2 assimilé	
							avant l'insolation.	après l'insolation.	en tout.	en 1 h. par 1cm²
	cm².	g		o	cm³	°/o			cm³	cm³
1. *Fucus* sp.	34,5	0,701	9	11,5	3,88	5,93	69,33	69,39	3,62	0,105
2. *Fucus* sp.	26,5	0,544	9	11,5	2,09	6,50	34,20	34,51	1,65	0,062
3. *Fucus* sp.	32,5	0,531	8	16,5	6,12	9,85	68,20	68,29	2,79	0,086
4. *Laminaria digitata*	60,4	0,448	10	7,9	3,58	5,48	68,90	69,02	2,44	0,040
5. *Laminaria saccharina*	36,3	0,175	10	7,9	3,17	9,94	34,99	34,97	0,62	0,017
6. *Chorda filum*	62	0,137	0	11	5,15	7,68	72,23	72,29	1,09	0,018
7. *Chorda filum*	54	0,174	0	11	3,69	11,71	35,20	35,30	0,34	0,006
8. *Betula nana*	21,7	0,203	3	16,5	3,85	6,32	64,69	64,66	2,68	0,123
9. *Betula nana*	18,2	0,134	10	10,2	6,28	8,52	79,98	79,79	1,26	0,046
10. *Rumex acetosa*	23,2	0,092	3	16,5	2,02	6,91	31,31	31,49	1,97	0,085

Donc, chez les algues exposées à l'air et convenablement éclairées, l'assimilation est très énergique et atteint la même intensité que chez les plantes terrestres $0^{cm^3},1$ CO^2 pour 1^{cm^2} de surface. Or, l'intensité d'assimilation de *Betula nana* correspond à celle indiquée pour des latitudes plus méridionales. Chez les Phéophycées, aussi bien à 7° qu'à 17°, l'intensité de l'assimilation dépasse celle de la respiration. Comme Kniep et Harder l'ont déjà indiqué, il semble que chez les algues des mers froides l'assimilation ne prédomine sur la respiration qu'aux basses températures. A 20° la respiration est déjà la plus forte. Jusqu'au « point de compensation de la température », où l'assimilation égale la respiration, mes expériences n'ont pas présenté de changement aussi grand. Peut-être cette divergence est-elle due aux différences des conditions d'expérimentation.

Lors de l'assimilation chez le *Fucus* la quantité de O^2 dégagé dépasse un peu celle de CO^2 absorbé. Pendant l'exposition à la lumière, le volume du mélange gazeux augmente un peu. Des expériences particulières furent entreprises afin de déterminer l'influence de la respiration sur l'échange gazeux pendant l'exposition à la lumière. On plaça des fragments du thalle dans le tube eudiométrique, puis le volume d'air contenu ayant été déterminé, le tube fut maintenu à l'obscurité pendant un certain temps. En déterminant de nouveau le volume du gaz, et en y ajoutant NaOH, on obtenait la quantité de CO^2 formé.

TABLEAU II. — *Respiration.*

Nom de la plante.	Surface.	Poids sec.	Durée de l'expérience.	Température.	Volume de l'air V^0_{760} avant.	après.	CO^2 qui s'est formé en tout.	en 1 h. par 1^{cm^2}.	Quantité de O^2 absorbé.	Quotient $\frac{CO^2}{O^2}$.
	cm²	g		o	cm³	cm³	cm³	cm³	cm³	
1. *Fucus* sp.	69,5	1,245	15,2	9	71,01	69,40	1,28	0,00119	2,89	0,43
2. *Fucus* sp.	72,6	1,087	21,3	17	36,63	34,18	1,75	0,00113	4,20	0,26
3. *Laminaria digitata*	150,4	1,400	17,3	5	74,47	73,27	2,44	0,00094	3,64	0,67
4. *Laminaria saccharina.*	64,9	0,345	17,3	5	37,26	36,67	2,37	0,00210	2,96	0,80
5. *Betula nana*	26,3	0,369	18,7	16,2	32,48	32,22	3,44	0,0070	3,70	0,93

De 8° à 17° l'intensité de l'échange gazeux dans la respiration est bien plus faible que dans l'assimilation. A l'air humide la respiration des algues marines est plus faible que celle des plantes terrestres, ce qui tient, comme on l'a constaté, à ce que l'échange des matières est moins actif chez les algues.

Le quotient respiratoire $CO^2 : O^2 < 1$. Il est surtout minime chez le *Fucus*, ce qui montre qu'à l'obscurité, dans les algues, comme dans les plantes charnues, il se forme des substances plus riches en O^2.

Le rapport $CO^2 : O^2$ change en passant de la lumière à l'obscurité.

Ainsi, dans la région arctique, chez les Phéophycées exposées à l'air à mer basse, une assimilation très énergique se produit. Dans de bonnes conditions d'éclairage elle est beaucoup plus intense que la respiration, ce qui prouve qu'il y a formation en grande quantité de matières organiques.

PHYSIOLOGIE. — *Les causes de l'action dynamique spécifique des protéiques.* Note [1] de MM. **ÉMILE-F. TERROINE** et **R. BONNET**, transmise par M. Henneguy.

Tandis que dans la culture de *Sterigmatocystis nigra* et *Aspergillus orhizæ* sur matières protéiques (peptone et gélatine) et sur divers acides aminés (glycocolle, alanine, valine, leucine, acide glutamique), Terroine, Mlle Trautmann, Bonnet et Jacquot constatent que la croissance se produit avec un rendement énergétique de 0,39; Rapport relève chez le Chien une même production d'extra-chaleur après ingestion de viande de bœuf, de

(1) Séance du 7 avril 1926.

poulet et de morue, de gliadine, de caséine et de gélatine malgré les différences considérables de composition qui séparent ces diverses protéiques.

De l'ensemble de ces faits, Terroine, Mlle Trautmann, Bonnet et Jacquot concluent que l'action dynamique spécifique des protéiques doit être en rapport, non avec l'évolution des chaînes ternaires qui suit la désamination, mais uniquement avec la séparation de l'azote aminé. Or, s'il en est bien ainsi, d'une part, tous les acides aminés doivent provoquer une action dynamique (fait au sujet duquel les observations de Lusk et de Grafe sont contradictoires quant à l'acide glutamique) et d'autre part, la grandeur de cette action doit être rigoureusement proportionnelle à la quantité d'azote aminé introduite par chacun d'eux. Ce sont ces deux conséquences que nous nous sommes proposé de vérifier.

Nos recherches dans ce but ont porté sur la Grenouille, animal chez lequel on peut aisément mesurer, comme l'un de nous l'a montré [1], l'action dynamique et qui, comme tout pœcilotherme, permet de déterminer avec sécurité la grandeur de cette action sans préoccupation de la température extérieure. La technique employée a donc été identique à celle précédemment décrite, mais appliquée aux acides aminés de tous types : monoaminés et diaminés, monocarboxylés et dicarboxylés, à chaîne grasse, aromatique ou hétérocyclique. En fait, tous les acides aminés importants de la molécule albuminoïde ont été étudiés à l'exception de la sérine et de l'arginine.

Dans chacun des cas, de deux à cinq expériences ont été faites dont les résultats détaillés seront réunis dans un prochain Mémoire. Leur parfaite concordance nous autorise dès maintenant à donner les valeurs moyennes des productions d'extra-chaleur provoquées par l'ingestion des divers acides aminés, exprimées en petites calories, rapportées à 14mg d'azote aminé, et résumées dans le tableau ci-dessous :

Acides aminés ingérés.	Extra-chaleur produite par 14mg de N aminé.
	cal
Glycocolle	116,75
Alanine	118,66
Acide aspartique	115,77
Acide glutamique	119,74
Leucine	118,48
Valine	117,15
Cystine	118,54
Lysine	119,81
Phénylalanine	129,19
Tyrosine	128,12
Tryptophane	139,85
Histidine	141,58

(1) R. Bonnet, *Comptes rendus*, **181**, 1925, p. 1092.

Il est facile de se rendre compte : d'une part, que tous les acides aminés possèdent une action dynamique; d'autre part, que ceux appartenant à la série grasse provoquent tous une même production d'extra-chaleur pour une même quantité d'azote aminé. La production est un peu supérieure dans le cas des acides aminés aromatiques et hétérocycliques chez lesquels le phénomène est vraisemblablement plus complexe. Mais, en tous cas, le fait que les acides aminés de la série grasse dont les chaînes ternaires présentent des évolutions très différentes, les unes glucoformatrices, les autres cétoformatrices, est la preuve que la transformation de cette chaîne, et singulièrement, la formation du glucose n'ont rien à voir avec l'action dynamique spécifique. Cette perte d'énergie est entièrement à rapporter au métabolisme de l'azote.

Il est intéressant de rechercher si les observations faites permettent de comprendre, comme elles le doivent si notre manière de voir est exacte, la grandeur de l'action dynamique des protéiques. La production d'extra-chaleur, d'après nos expériences, calculée en grandes calories et rapportée au gramme de N est de $8^{cal}4$, en prenant comme valeur moyenne $0^{cal},118$ par 14^{mg} de N aminé.

Par ailleurs, on sait que l'ingestion de 100^{cal} à l'état de protéiques entraîne une production d'extra-chaleur de 32^{cal}. C'est-à-dire que $24^{g},3$ de protéiques, soit $3^{g},88$ de N, provoquent une production de 32^{cal}, soit 8,25 par gramme de N. Étant donné que la totalité de N protéique n'est pas à l'état aminé, on ne s'étonnera pas d'une différence légère en moins, et la concordance, remarquable au contraire, entre les deux chiffres, nous permet de formuler la conclusion suivante :

L'action dynamique spécifique des protéiques réside tout entière dans une production d'extra-chaleur uniquement en rapport avec le métabolisme de l'azote aminé, et non avec la transformation des chaînes ternaires résultant de la désamination, production s'élevant à $8^{cal},4$ *environ par gramme de* N *aminé séparé.*

Cette production d'extra-chaleur est-elle strictement limitée aux processus exothermiques de la désamination ? Comprend-elle aussi la dépense d'énergie résultant de la formation nécessaire de l'urée aux dépens de l'ammoniaque libérée ? Ce sont là questions auxquelles s'efforcent de répondre nos recherches actuelles.

CHIMIE ALIMENTAIRE. — *Sur la composition de la graine de fenu-grec et sur son mélange aux blés destinés à la meunerie*. Note de M. E. **Fleurent**, présentée par M. A.-Th. Schlœsing.

Le règlement des marchés de blé, seigle et avoine de la place de Paris exclut totalement de ce marché les blés dans lesquels est reconnue la présence de la graine de fenugrec (*Trigonella fœnum-græcum*). La situation est un peu différente sur la place de Marseille qui s'approvisionne pour partie en Tunisie où la culture du fenugrec s'est développée dans ces derniers temps pour le fourrage qu'elle produit. Le Congrès des Céréalistes de l'Afrique du Nord, tenu à Alger en janvier 1925, avait admis, pour le contrat de Marseille, une proportion maximum de 0,125 pour 100 du blé en graine de fenugrec. Mais des refus ont été opposés par la boulangerie à des farines satisfaisant à cette condition, et c'est ainsi que j'ai été saisi, par la Minoterie marseillaise, de la question qui fait l'objet de la présente Note.

Les raisons des refus dont il s'agit sont que le fenugrec donne au pain une odeur repoussante et, en même temps, une saveur amère et âpre extrêmement désagréable.

La graine de fenu-grec possède une couleur jaunâtre très voisine de celle du blé. Sa forme est sensiblement celle d'un parallélipipède rectangle à coins arrondis de 2 à 3^{mm} sur le petit côté, 3 à 5^{mm} sur le grand et 1 à $1^{mm},5$ d'épaisseur. Sa densité apparente oscille autour de 73^{kg} à l'hectolitre. Très voisine par conséquent de celle du blé, elle explique, en même temps que sa forme, les raisons pour lesquelles, malgré les précautions prises lorsque sa présence est signalée, les trieurs ne l'éliminent jamais complètement.

Elle contient, d'après mes analyses, 9,46 à 9,85 pour 100 d'une huile dont la densité à 18° est de 0,970 et dont l'indice d'iode varie de 110 à 114, ce qui ne la différencie pas sensiblement des autres huiles comestibles végétales et de l'huile de blé. Mais, par rapport à cette dernière, la proportion en est environ 5 fois plus élevée. D'autre part, sa couleur est brun foncé et elle dégage une odeur spéciale, forte, rappelant celle qui sort des usines où l'on traite les déchets animaux par l'acide sulfurique, doublée d'un parfum particulier rappelant celui du fenouil. Cette huile ne contient pas de produits sulfurés. D'autre part, l'application des méthodes spéciales ne signale pas la présence, dans la graine, d'une essence odorante pouvant être séparée. C'est donc bien à la matière grasse que sont dues, certaine-

ment, et l'odeur caractéristique de la graine, et celle si désagréable qui se dégage lors de la panification.

Lorsque la graine de fenu grec est débarrassée de sa matière grasse, elle a perdu à peu près totalement cette odeur spéciale, mais elle possède une saveur amère aussi énergique que celle de la gentiane et qui est due à un produit extractif résineux, soluble dans l'alcool, qui y existe dans la proportion de 13,50 pour 100. Ce produit résineux semble contenir en mélange un élément, réducteur après hydrolyse, de la nature des glucosides et j'en continue l'étude. Dans tous les cas, c'est cette résine qui communique à la graine sa dureté et sa cassure cornée et au pain résultant des farines qui en contiennent la saveur amère et âpre qui, s'ajoutant à l'odeur de la matière grasse, le rend impropre à la consommation.

Dans quelles proportions la graine de fenu-grec mélangée au blé fait-elle sentir ses funestes effets? Pour m'en rendre compte, j'ai panifié moi-même au laboratoire et dans les mêmes conditions quatre échantillons de farine, les deux premiers provenant de moutures industrielles refusées par la boulangerie, les deux autres, préparées par mes soins. Le tableau suivant indique les proportions variables de farine de fenu-grec et de ses éléments constitutifs contenus dans chaque échantillon:

	Pour 100.		
	Fenu-grec.	Huile.	Résine.
1	1	0,096	0,135
2	$\frac{1}{4}$ (0,25)	0,024	0,033
3	$\frac{1}{8}$ (0,125)	0,012	0,0165
4	$\frac{1}{16}$ (0,0625)	0,006	0,008

La dégustation démontre que si le pain n° 4 qui ne contient que 6 et 8^{mg} de matière grasse et de résine pour 100^{g} de farine est mangeable, il a cependant déjà perdu toute la fraîcheur de goût du pain témoin de farine pure.

Quant aux autres, ils sont d'autant plus souillés par l'odeur et la saveur désagréables de la graine de fenu-grec que celle-ci est en proportion plus élevée. On conçoit particulièrement que les farines industrielles 1 et 2 aient dû être reprises par le minotier qui les avait livrées en toute bonne foi et qu'il ait été ainsi amené à rechercher la cause de dépréciation qui lui avait échappé préalablement.

La conclusion de cette étude est qu'en raison de la difficulté que présente l'élimination du blé de la graine de fenu-grec, en raison de l'odeur repoussante et de la saveur amère qu'à dose extrêmement faible elle communique

au pain fait avec les farines qui en contiennent, on s'explique que le règlement de Paris exclut totalement du commerce les blés dans lesquels la présence de cette graine a été reconnue à l'expertise préalable.

MICROBIOLOGIE. — *Action des streptocoques sur le lait.* Note de M. **Constantino Gorini**, présentée par M. Roux.

Les bactéries du lait agissent à la fois sur le lactose et sur la caséine; ces actions sont influencées par des facteurs complexes tels que la qualité du lait, son âge, la température, la présence ou l'absence d'oxygène, la dose de semence introduite, la façon dont le lait a été stérilisé, etc., d'où la difficulté de cette étude. C'est en tenant compte de ces divers facteurs que j'ai pu démontrer que certains ferments lactiques (*Mammococcus*, *Caseococcus*, *Enterococcus*, *Gastrococcus*) peptonisent aussi la caséine. J'ai étendu mes investigations aux streptocoques dont l'action sur le lait est des plus discutée et je suis arrivé à en distinguer deux types; l'un qui caille le lait en produisant une quantité considérable d'acide lactique, puisqu'elle exige pour être saturée 3 à 6$^{cm^3}$ de solution normale de soude pour 100$^{cm^3}$ de lait. Ce type de streptocoque coagule la caséine même dans le lait stérilisé à l'autoclave jusqu'à teinte jaune, il donne un caillot ferme ne subissant aucune digestion. Le second type de streptocoque développe une faible acidité (au-dessous de 3$^{cm^3}$ pour 100), il coagule la caséine au moyen d'une présure et seulement dans le lait stérilisé par tyndalisation et resté blanc. Le caillot est floconneux et facilement digéré en milieu acide. L'action de ce streptocoque se manifeste plus tardivement et d'une façon irrégulière, car elle est influencée par les conditions indiquées plus haut, de sorte que souvent la coagulation n'est que partielle ou n'apparaît qu'en chauffant le milieu.

Ces deux types de streptocoques peuvent se rencontrer dans une même souche, ce qui explique les variations physiologiques brusques observées en lactoculture, notamment si l'on emploie peu de semence ou si l'on fait varier la température. Une température élevée favorise la saccharolyse, une température basse favorise la caséolyse. Suivant la température et la durée de l'incubation, le caillot sera floconneux ou ferme, digéré ou non digéré.

Ces deux types de streptocoques se rencontrent dans les divers milieux laitiers. Cependant j'ai pu constater que dans les excréments bovins (35 fois sur 42 souches) prédomine le type producteur d'un taux élevé d'acide,

tandis que dans la mamelle, dans la bouche, dans les cas d'affections de l'homme et des bovidés, le type producteur d'un faible taux d'acidité (28 fois sur 33 souches) est le plus fréquent.

Les streptocoques pathogènes (notamment le *Pneumococcus*) sont peu résistants, même aussitôt après leur isolement; on risque de les perdre si les ensemencements dans le lait ne sont pas abondants et rapprochés. Je n'ai pas pu conserver dans le lait le *Streptococcus erysipelatis* et le *Pneumococcus* pendant plus d'un mois.

En résumé, d'après leur action sur le lait, on peut distinguer deux types de streptocoques; l'un acidifiant énergiquement et fournissant régulièrement un caillot ferme, l'autre acidoprotéolytique donnant irrégulièrement un caillot floconneux suivant les conditions jusqu'ici négligées par les auteurs. Le premier type se trouve surtout parmi les saprophytes, le second parmi les streptocoques parasites.

Ces recherches confirment les résultats que j'ai fait connaître précédemment, à savoir : 1° l'existence de ferments mixtes acidoprotéolytiques que j'ai montrée dès 1892; 2° la nécessité d'étudier à nouveau l'action des microbes sur le lait en prenant toutes les précautions que j'ai signalées.

La séance est levée à 15h35m.

É. P.

ERRATA.

(Séance du 24 août 1925.)

Note de M. *L. Escande*, La similitude étendue aux grandes vitesses :

Page 297, lignes 2 à 6 du paragraphe IV, substituer à la phrase commençant par « Le fait que la loi de similitude... » la phrase suivante : « Il paraît intéressant de remarquer que la similitude, déduite des équations de Navier, continue à s'appliquer à ces vitesses. »

(Séance du 15 mars 1926.)

Note de M. *Rogoff*, Plaque rectangulaire posée supportant une charge P concentrée en son centre :

Page 683, tableau du bas, *au lieu de* $\frac{d}{a}$, *lire* $\frac{a}{d}$ et dans les valeurs numériques, seconde colonne, *au lieu de* 1,94, 1,69, 1,65, 1,63, 1,63, *lire* 1,94, 1,79, 1,75, 1,73, 1,73.

(Séance du 29 mars 1926.)

Note de M. *F.-E. Fournier*, Expressions générales de la résistance R de l'eau à la translation des carènes à toutes leurs vitesses possibles :

Page 820, ligne 20, substituer aux valeurs de a et de n les expressions suivantes :

$$a = 3{,}069\left(\frac{w}{10}\right)^{1{,}772} \quad \text{et} \quad n = 2\left(\frac{w}{10}\right)^{1{,}878}.$$

Page 821, formule (7), substituer à la constante 6,11 le nombre 9,253.